

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA WYDZIAŁ BUDOWNICTWA LĄDOWEGO I WODNEGO

## **ANTONI BIEGUS**

# PROJEKTOWANIE KONSTRUKCJI STALOWYCH WEDŁUG EUROKODU 3

## CZĘŚĆ 6 – ELEMENTY ZGINANE

## WYKŁADY



WROCŁAW 2012

### ANTONI BIEGUS

## PROJEKTOWANIE KONSTRUKCJI STALOWYCH WEDŁUG EUROKODU 3 CZĘŚC 1 – ELEMENTY ZGINANE

## SPIS TREŚCI

1. Wprowadzenie	4
2. Przekroje poprzeczne elementów zginanych	9
3. Wymiarowanie elementów zginanych	14
3.1. Wprowadzenie	14
3.2. Identyfikacja klasy przekroju elementu zginanego	17
3.3. Obliczeniowa nośność przekroju elementu zginanego	22
3.4. Przekrój współpracujący elementów klasy 4	24
3.5. Obliczeniowa nośność przekroju ścinanego	29
3.6. Interakcyjna nośność przekrojów	33
3.7. Nośność pręta zginanego z warunku utraty stateczności ogólnej	
(zwichrzenia)	34
4. Projektowanie belek	52
4.1. Wiadomości ogólne dotyczące projektowania belek	52
4.2. Obliczeniowa rozpiętość belki	53
4.3. Wyznaczenie sił wewnętrznych i przemieszczeń w belkach	54
4.4. Projektowanie belek walcowanych oraz kształtowanych	
z blach giętych na zimno	59

5. Projektowanie blachownic	71
5.1. Wprowadzenie	71
5.2. Kształtowanie poprzeczne i podłużne blachownic	77
5.3. Styki warsztatowe blachownic	80
5.4. Niestateczność środników i nośność przekroju blachownic	
z uwzględnieniem naprężeń stycznych	85
5.5. Żebra blachownic	89
5.6. Styki montażowe blachownic	96
5.7. Łożyska blachownic	101
Literatura	104

### PODZIĘKOWANIE

Autor serdecznie dziękuje Panu dr. inż. Dariuszowi Czepiżakowi za trud korekty pracy i wniesione uwagi redakcyjne oraz merytoryczne 🦯

#### **Elementy zginane**

#### 1. Wprowadzenie

Klasycznym przykładem elementów zginanych są belki. Belkami nazywamy elementy prętowe, obciążone przede wszystkim prostopadle do swej osi podłużnej, w których ewentualne występowanie sił osiowych nie ma dominującego wpływu na ich wytężenie. Zgodnie z założeniami wytrzymałości materiałów elementy prętowe mają długość co najmniej pięciokrotnie większą od charakterystycznego wymiaru przekroju poprzecznego (np. wysokości belki). Ich pełnościenny przekrój poprzeczny może być otwarty (np. dwuteowy, ceowy) lub zamknięty (np. rurowy, skrzynkowy). Belkami są więc elementy, o których wytężeniu decyduje przede wszystkim zginanie momentem *M* i towarzyszące mu ścinanie od siły poprzecznej *V*.

Płaszczyznę wyznaczoną przez oś podłużną (*x*) oraz maksymalny promień bezwładności przekroju nazywa się płaszczyzną główną dźwigara. Belki zginane względem jednej z dwóch głównych osi bezwładności przekroju uważa się za zginane jednokierunkowo (rys. 1a, b), względem obu osi bezwładności zaś jako zginane skośnie (rys. 1c).



Rys. 1. Schematy obciążenia przekroju prętów zginanych

Belka jest zginana jedno lub dwukierunkowo tylko wtedy, gdy płaszczyzna działania obciążenia poprzecznego przechodzi przez środek ścinania *S* przekroju pręta. W przypadku dwuteowego przekroju bisymetrycznego (rys. 1a, b, c) środek ścinania *S* pokrywa się z jego środkiem ciężkości *O*. Natomiast środek ciężkości dwuteowego przekroju monosymetrycznego (rys. 1f) znajduje się zawsze między środkiem ciężkości, a pasem o większym przekroju. Jeśli płaszczyzna obciążenia poprzecznego prostoliniowego elementu zginanego nie przechodzi przez środek ścinania przekroju (rys. 1e, f), to należy w obliczeniach uwzględnić dodatkowo skręcanie (rys. 2) lub stosować odpowiednie zabezpieczenia konstrukcyjne (stężenia) umożliwiające przyjęcie momentów skręcających.

Jeśli pręt jest obciążony tylko prostopadle do swej osi podłużnej (nie występują obciążenia osiowe, a także brak jest skręcania), to w ogólnym przypadku może on być wytężony momentami zginającymi  $M_{Ed,y}$ ,  $M_{Ed,z}$  i towarzyszącymi im siłami poprzecznymi  $V_{Ed,y}$ ,  $V_{Ed,z}$  (y-y oraz z-z – odpowiednio osie przekroju poprzecznego), co pokazano na rys. 3.



Rys. 2. Schemat wytężenia belki o przekroju ceowym



Rys. 3. Schemat obciążenia pręta zginanego

Występujące w konstrukcjach budowlanych elementy zginane są najczęściej prętami zginanymi jedno lub dwukierunkowo. Są to m. in. nadproża, belki stropowe, układy szkieletowe budynków mieszkalnych (rys. 4) i budynków przemysłowych, płatwie dachowe (rys. 5), rygle ścienne hal (rys. 5). W przypadku rygli ram pełnościennych (rys. 5), belek jezdni elektrowciągów (rys. 5), belek podsuwnicowych elementy te są zazwyczaj zginane i ściskane.



Rys. 4. Widok budynku, którym zastosowano stalowe elementy zginane: A1, A2 – belki stropowe, A3 – podciąg, A4, A5, A6 – nadproża, P – płyta stropowa



Rys. 5. Schemat konstrukcji hali stalowej

W zależności od przyjętych rozwiązań konstrukcyjnych w analizie statycznej elementom zginanym przyporządkowuje się obliczeniowe schematy: ustrojów jednoprzęsłowych o różnych schematach zamocowania końców (rys. 6a, b, c), wieloprzęsłowych (rys. 6d, e, f), lub ram (rys. 6g÷j). Mogą to być ustroje statycznie wyznaczalne (np. rys. 6a, f, j) lub statycznie niewyznaczalne (np. rys. 6b, c, d, e, g, h, i).



Rys. 6. Przykłady schematów statycznych konstrukcji, w których występuje zginanie

W analizie wytężenia konstrukcji wyróżnia się ich elementy krytyczne (przekroje elementów, pręty oraz węzły). Są to takie części ustroju, w których w skutek przyrostu obciążenia dochodzi do wyczerpania ich nośności, prowadzącego do zmiany konstrukcji w geometrycznie zmienną. Elementy krytyczne są przedmiotem wymiarowania i normowego sprawdzania ich bezpieczeństwa. Charakteryzowane są one parametrami ich nośności  $R_d$ , czyli zdolnością do przenoszenia określonych sił wewnętrznych. Bezpieczeństwo konstrukcji (w odniesieniu do spełnienia warunku wytrzymałościowego) sprowadza się do kontroli stopnia wykorzystania nośności elementów (przekrojów) krytycznych w stosunku do prognozowanych sił wewnętrznych  $E_d$  (od efektów oddziaływań), które mogą w nich wystąpić.

Sprawdzaniu wytrzymałościowemu podlegają elementy (przekroje) krytyczne konstrukcji, w których (w wyniku działania oddziaływań zewnętrznych) można spodziewać się lokalnych, ekstremalnych sił wewnętrznych. Przystępując do oceny bezpieczeństwa konstrukcji należy dokonać wyboru jej modelu obliczeniowego i metody analizy.

Siły wewnętrzne w krytycznych przekrojach konstrukcji (momenty zginające  $M_{Ed}$ , siły poprzeczne  $V_{Ed}$ i siły podłużne  $N_{Ed}$ ) od obciążeń zewnętrznych  $F_i$ , wyznacza się metodami

mechaniki budowli. Obliczając konstrukcję według metody stanów granicznych siły wewnętrzne  $M_{Ed}$ ,  $V_{Ed}$  i  $N_{Ed}$  oraz przemieszczenia wyznacza się w stanie granicznym:

- nośności dla obliczeniowych efektów oddziaływań  $E_d$ ,
- użytkowalności dla charakterystycznych efektów oddziaływań  $E_k$ ,

które wywołują najniekorzystniejsze jej wytężenie lub zachowanie się. Efekty oddziaływań wyznacza się jako kombinację obciążeń stałych i zmiennych, których skutki występowania są najniekorzystniejsze w analizowanym stanie granicznym (np. wywołujących ekstremalne wy-tężenie przekrojów krytycznych ustroju).

Przykłady rozkładów momentów zginających w belkach jednoprzęsłowych i wieloprzęsłowych pokazano na rys. 7 i 8.



Rys. 7. Momenty zginające w belkach jednoprzęsłowych o różnych schematach podparcia



Rys. 8. Momenty zginające w belkach czteroprzęsłowych o różnych schematach podparcia

#### 2. Przekroje poprzeczne elementów zginanych

Elementy prętowe (w tym belki) można kształtować o przekrojach bisymetrycznych (rys. 9a), monosymetrycznych (rys. 9b), niesymetrycznych (rys. 9c), otwartych (rys. 9a÷d), zamkniętych (rys. 9e), pełnościennych (rys. 9a÷h), ażurowych (rys. 9i). W zależności od technologii ich wykonania można je podzielić na walcowane (rys. 9a, b), kształtowane w wy-niku gięcia blach na zimno (rys. 9f, g, h), spawane z blach (rys. 9d, e) oraz kształtowników (tzw. belki ażurowe; rys. 9c, i).



Rys. 9. Rodzaje przekrojów poprzecznych elementów prętowych

Z punktu widzenia szacowania nośności elementów zginanych ich przekroje poprzeczne dzielimy na grubościenne (klasy 1, 2, 3 – których ścianki nie ulegają lokalnej utracie stateczności, np. kształtowniki walcowane wg rys. 9a, b) i cienkościenne (klasy 4 – w których lokalna utrata stateczności ścianek kształtownika zmniejsza jego nośność graniczną, np. kształtowniki gięte z blach wg rys. 9f, g, h).

O doborze optymalnego kształtu przekroju poprzecznego belki decyduje charakter jej wytężenia momentem zginającym  $M_{Ed}$ . Naprężenia normalne od zginania $\sigma_i$  w *i*-tym punkcie przekroju belki są funkcją momentu zginającego  $M_{Ed}$ , momentu bezwładności przekroju  $J_y$ oraz odległości od osi obojętnej  $z_i$  (rys. 10) i wynoszą

$$\sigma_i = \frac{M_{Ed}}{J_y} z_i = \frac{M_{Ed}}{W_y} \le \frac{f_y}{\gamma_{M0}}, \qquad (1)$$

gdzie:

 $M_{Ed}$  – obliczeniowy moment zginający,

- $\boldsymbol{J}_{y}$  moment bezwładności przekroju poprzecznego elementu zginanego,
- $z_i$  odległość od środka ciężkości przekroju poprzecznego do punktu, w którym wyznacza się naprężenia,
- $W_v$  wskaźnik zginania przekroju,

 $f_y$  – granica plastyczności stali,

 $\gamma_{M\,0}$ – współczynnik częściowy w ocenie nośności.



Rys. 10. Schemat wytężenia i kształtowania przekroju elementu zginanego

Nośność walcowanego przekroju dwuteowego (rys. 9a) zginanego względem silniejszej osi oporu y-y (o większym wskaźniku zginania  $W_y$ ) jest większa, niż w przypadku zginania względem słabszej osi oporu z-z (o mniejszym wskaźniku zginania  $W_z$ ).

Obliczeniowa nośność przekroju na zginanie  $M_{Rd}$  rozumiana jako maksymalny moment zginający, który zdolny jest przenieść przekrój elementu w sprężystym stanie wytężenia materiału otrzymuje się przekształcając (1). Wynosi ona

$$M_{Rd} = W_y f_d = \frac{J_y}{z_{g(d)}} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}.$$
(2)

Z analizy wzoru (2) wynika, że nośność przekroju na zginanie  $M_{Rd}$  zależy od momentu bezwładności przekroju poprzecznego  $J_y$ . Z kolei, ta charakterystyka geometryczna przekroju jest sumą iloczynów powierzchni pól składowych przekroju  $A_i$  i ich usytuowania ("rozproszenia")  $a_i^2$  względem osi ciężkości (rys. 10)

$$J_{y} = \sum_{i=1}^{n} A_{i} a_{i}^{2}.$$
 (3)

Optymalnym przekrojem zginanym jest przekrój o "rozproszonych" (usytuowanych na dużej odległości  $a_i$  względem osi obojętnej) składowych polach poprzecznych  $A_i$ . Takim założeniom ukształtowania przekroju odpowiada dwuteownik. Jego pasy o dużej grubości  $t_f$  są w dużej odległości od osi obojętnej y - y (rys. 9a). Łączący je środnik jest zazwyczaj cieńszy (o grubości  $t_w$ ), gdyż przejmuje on mniejsze wytężenie. Miarą wytrzymałościowej efektywności belki zginanej jest promień rdzenia przekroju  $\rho$  w płaszczyźnie zginania

$$\rho = \frac{W_y}{A},\tag{4}$$

gdzie:

 $W_v$  – wskaźnik zginania przekroju,

A – pole przekroju.

Im większa jest współczynnik  $\rho$  przy ustalonym A, tym większy jest wskaźnik zginania W, a tym samym większa nośność przekroju (2). Na rys. 11 pokazano rdzenie przekroju prostokątnego i dwuteowego tych samych wysokościach h i polach przekroju poprzecznego A (mają więc taką samą masę na jednostkę długości). Z analizy promieni tych kształtowników wynika, że kształtownik o przekroju dwuteowym ma co najmniej dwukrotnie większa nośność.



Rys. 11. Rdzenie przekroju poprzecznego: a – prostokątnego, b – dwuteowego

Najczęściej na elementy zginane stosuje się dwuteowniki i ceowniki walcowane (rys. 9a, b) lub gięte z blach przekroje ceowe, zetowe, sigma (rys. 9f, g, h), gdyż ich wykonawstwo warsztatowe jest stosunkowo mało pracochłonne. Sprowadza się ono zazwyczaj do wykonania połączeń montażowych. W przypadku jednak dużych rozpiętości lub większych obciążeń nośność dźwigarów walcowanych na gorąco lub kształtowników giętych z blach może być niedostateczna. Wówczas projektuje się indywidualne przekroje spawane z blach i kształtowników walcowanych (rys. 12b÷e).



Rys. 12. Przekroje poprzeczne elementów zginanych

W projektowaniu elementów dwuteowych spawanych z blach (rys. 12b, c), problem doboru optymalnego ich kształtu przekroju komplikują dwa przeciwstawne kryteria. W celu zwiększenia nośności pasy przekroju dwuteowego powinny być rozstawione na dużą odległość od osi obojętnej. Sprawia to, że środniki takich dźwigarów są smukłe (w klasie 4) i należy je usztywnić żebrami. Powoduje to zwiększoną pracochłonność tych dźwigarów. Należy zwrócić uwagę, iż we współcześnie projektowanych obiektach, pomimo stosowania bardzo smukłych środników ( $b_w/t_w = 120 \div 230$ ), ich udział w wartości pola przekroju poprzecznego jest duży (wynosi 40÷60%) przy niewielkim przecież udziale w przenoszeniu momentu zginającego, który wynosi 8÷15%. Stąd też ostatnio coraz częściej stosuje się środniki z blach o grubości 4÷6 mm.

Poszukiwanie ekonomicznych rozwiązań dźwigarów bez żeber poprzecznych, doprowadziło do zastosowania dwuteowników spawanych automatycznie z faliście profilowanym środnikiem i pasami z blachy płaskiej (rys. 12e). Zakres wymiarów (rys. 12e) takich dźwigarów produkowanych w Polsce wynosi:  $h = 500 \div 1500 \text{ mm}$ ,  $b = 200 \div 450 \text{ mm}$ ,  $t_w = 2 \div 3 \text{ mm}$ ,  $t_f = 10 \div 30 \text{ mm}$ . Falisty środnik z cienkiej blachy (o grubości  $2 \div 3 \text{ mm}$ ) zapewnia stateczność miejscową i zmniejsza ciężar belki w stosunku do rozwiązań tradycyjnych. Blachownice takie należy stosować w obiektach obciążonych statycznie.

Pełnościenne elementy zginane mogą być homogeniczne (o pasach i środnikach wykonanych z tego samego gatunku stali, lub hybrydowe (o pasach wykonanych ze stali o większej wytrzymałości niż użyta na środniki ustroju).

Zwiększoną nośność przekroju można uzyskać wykonując element ze stali o podwyższonej wytrzymałości (np. S355). W takich homogenicznych blachownicowych przekrojach zginanych, materiał smukłych środników nie jest w pełni wykorzystany, a w przypadku przekrojów klasy 4 należy je usztywnić żebrami.

W dźwigarach hybrydowych (rys. 13) wykorzystuje się wyższe parametry wytrzymałościowe stali, z których wykonane są pasy (np. S355), a stosując grubsze środniki (o klasie przekroju nie większej niż 3), wykonanych ze stali o niższej wytrzymałości (np. S235), unika się konieczności stosowania żeber poprzecznych w blachownicy.

Rozkład naprężeń normalnych od zginania w dwuteowym przekroju hybrydowym klasy 3 (rys. 13a) pokazano na rys. 13b. Rozkład naprężeń w tym przekroju od poprzecznej siły ścinającej przedstawiono na rys. 13c. Na rys. 13.d, e, f pokazano geometrię przekroju stosowaną do obliczania charakterystyk geometrycznych w analizach jego nośności odpowiednio na zginanie oraz ścinanie.



Rys. 13. Rozkłady naprężeń od zginania (b) i ścinania (c) dwuteownika hybrydowego (a) oraz jego pola przekroju do wyznaczania charakterystyk geometrycznych w analizach nośności na zginanie (d, e) ścinanie (f)

#### 3. Wymiarowanie elementów zginanych

#### 3.1. Wprowadzenie

Wymiarowanie jest jednym z ważniejszych etapów projektowania konstrukcji i jej elementów. Poprzedzają ją etapy kształtowania ustroju nośnego i obliczenia statyczne. Wyniki wymiarowania umożliwiają wykonanie rysunków konstrukcyjnych projektowanego obiektu.

Wymiarowanie ma na celu przede wszystkim ustalenie - na podstawie odpowiednich obliczeń - wymiarów poprzecznych, przekrojów elementów konstrukcyjnych bądź sprawdzenie, czy obliczone siły wewnętrzne ( $M_{Ed}$ ,  $V_{Ed}$ ,  $N_{Ed}$ ) nie są większe od nośności tych elementów ( $M_{Rd}$ ,  $V_{Rd}$ ,  $N_{Rd}$ ) wynikających z założonych wstępnie wymiarów ich przekrojów oraz cech wytrzymałościowych przyjętych materiałów. Jest to wytrzymałościowa ocena bezpieczeństwa konstrukcji – sprawdzenie stanu granicznego nośności (SGN). Wymiarowanie zawiera także sprawdzenie, czy ugięcia, przemieszczenia, drgania spowodowane oddziaływaniami nie są większe od granicznych określonych w normach (lub uzgodnionymi z inwestorem). Są to warunki stanu użytkowalności (sprawdzenie warunku sztywności i nie przekroczenia granicznych ugięć lub deformacji).

Stan graniczny nośności (SGN) elementu zginanego jednokierunkowego, niestężonego w kierunku bocznym, względem osi silniejszego oporu przekroju y - y, sprawdza się ze wzoru

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{b,y,Rd}} \le 1,$$
(5)

w którym

 $M_{y,Ed}$  – obliczeniowy moment zginający względem osi y - y,

 $M_{b,Rd}$  – obliczeniowa nośność na zwichrzenie elementów określona jest wzorem:

$$M_{b,Rd} = \chi_L W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}},\tag{6}$$

gdzie:

 $\chi_{LT}$  – współczynnik zwichrzenia (zagadnienie omówione w 3.7),

 $f_v$  – granica plastyczności stali,

 $\gamma_{M1}$  – częściowy współczynnik nośności z warunku utraty stateczności,  $\gamma_{M1} = 1,0$ .

Wskaźnik wytrzymałości przekroju  $W_v$  w (6) należy przyjmować:

 $W_{y} = W_{pl,y}$  – plastyczny wskaźnik zginania - w przypadku przekrojów klasy 1 i 2,

 $W_y$  =<br/>W\_{el,y} – sprężysty wskaźnik zginania - w przypadku przekrojów klasy 3,

 $W_y = W_{eff,y}$  – efektywny wskaźnik zginania - w przypadku przekrojów klasy 4.

Stan graniczny nośności (SGN) elementu zginanego dwukierunkowego, niestężonego w kierunku bocznym (y - y - oś silniejszego oporu przekroju), sprawdza się ze wzoru

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{b,y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \le 1,$$
(7)

gdzie:

 $M_{z,Ed}$  – obliczeniowy moment zginający względem osi z-z,

 $M_{z,Rd}$  – obliczeniowa nośność przekroju na zginanie względem osi z-z.

Wzory (5)÷(7) dotyczą sprawdzania stanu granicznego nośności zginanych elementów, rozumianego jako analiza bezpieczeństwa z warunku wytrzymałościowego całego elementu prętowego. W kolejnych punktach tego rozdziału omówione zostaną szczegółowe zasady, podstawy ich przyjęcia i procedury obliczeniowe wyznaczania nośności przekrojów zginanych, przekrojów zginanych i ścinanych oraz współczynnika zwichrzenia  $\chi_{LT}$ .

Stan graniczny użytkowalności (SGU) elementu sprawdza się ze wzoru

• w przypadku zginania jednokierunkowego (względem osi y - y)

$$w_{z,\max} \le w_{ult} \,, \tag{8}$$

• w przypadku zginania dwukierunkowego (względem osi y - y oraz z - z)

$$\sqrt{w_{z,\max}^2 + w_{y,\max}^2} \le w_{ult}, \qquad (9)$$

gdzie:

- $w_{z,max}$  maksymalne ugięcie elementu zginanego względem osi y y, wyznaczone dla obciążeń charakterystycznych,
- $w_{y,max}$  maksymalne ugięcie elementu zginanego względem osi z-z, wyznaczone dla obciążeń charakterystycznych,

$$w_{ult}$$
 – ugięcie graniczne elementu zginanego wg PN-EN 1993-1-1

Stan graniczny użytkowalności wyraża się w normach w postaci m.in. wymogu nieprzekroczenia granicznych wartości ugięć pionowych  $w_{ult}$  elementów prętowej konstrukcji nośnej budowli (warunek sztywności).

Rodzaje i wielkości ugięć elementów konstrukcji przedstawiono na rys. 14.



w<sub>c</sub> - strzałka odwrotna nieobciążonego elementu (podniesienie wykonawcze),

 $w_{\rm 1}$  - początkowa (nieodwracalna) część ugięcia pod obciążeniem stałym,

 $w_2$  - długotrwała (quasi-stała) część ugięcia pod obciążeniem stałym,

w3- dodatkowa (odwracalna) część ugięcia pod obciążeniem zmiennym,

 $w_{\text{tot}}$  - ugięcie całkowite ( $w_1 + w_2 + w_3$ ),

Wmax - pozostałe ugięcie całkowite z uwzględnieniem strzałki odwrotnej (Wtot - Wc)

Rys. 14. Rodzaje i wielkości ugięć elementów konstrukcji

Zgodnie z PN-EN 1993-1-1 ugięcia pionowe  $w_i$  nie mogą przekraczać podanych w tabl. 1 wartości granicznych. W przypadku stosowania podniesienia wykonawczego ograniczenie ugięcia obejmuje obciążenie zmienne  $w_3$ , ale nie ogranicza ugięcia całkowitego  $w_{tot}$ .

	Graniczne wartości ugięć				
Elementy konstrukcji	$w_{\rm max}, w_3^*$				
Dźwigary dachowe (kratowe i pełnościenne)	L/250				
Płatwie	L/200				
Blacha profilowana	L/150				
Elementy stropów i stropodachów:					
- belki główne (podciągi),	L/350				
- belki drugorzędne	L/250				
Nadproża okien i bram	L/500				
* Należy uwzględniać, gdy zastosowano strzałkę odwrotną.					
Oznaczenia:					
$w_{\text{max}}$ - ugięcie całkowite netto (po odjęciu ewentualnej strzałki odwrotnej),					
$w_3$ - strzałka ugięcia od obciążeń zmiennych,					
L - rozpiętość elementu (lub podwójny wysięg wspornika).					

Tabl. 1. Graniczne wartości ugięć pionowych elementów wg PN-EN 1993-1-1

Jeżeli okaże się, że wymagane warunki SGN, SGU nie są spełnione, to koryguje się założenie (zwiększa wymiary przekroju poprzecznego elementów, zmienia się schemat statyczny, rodzaj materiału) i powtarza obliczenia.

Dźwigary dachowe o rozpiętości większej od 30 m należy projektować z podniesieniem wykonawczym (nazywane przeciwstrzałką). Celem stosowania przeciwstrzałki jest zachowanie zaprojektowanych spadków połaci dachowych podczas występowania największych obciążeń, a także zachowania płaskości sufitów podwieszonych do pasów dolnych dźwigarów dachowych. Inny powód stosowania podniesienia wykonawczego to względy psychologiczne. Otóż konstrukcja o dużej rozpiętości przęsła, która ugięła się w dopuszczalnych granicach normowych, dla obserwatora stojącego u dołu sprawia wrażenie kratownicy nadmiernie wygiętej. W PN-EN 1993-1-1 nie podano zaleceń dotyczących stosowania przeciwstrzałki.

#### 3.2. Identyfikacja klasy przekroju elementu zginanego

Wymiarowanie elementu zginanego rozpoczyna się od ustalenia klasy jego przekroju. Klasa przekroju wyraża przede wszystkim stopień odporności elementu na utratę stateczności lokalnej tych jego ścianek, w których występują naprężenia ściskające. Ścianki elementów o przekrojach klasy 1, 2 i 3 nie tracą stateczności lokalnej (miejscowej). Przekroje klasy 4 są wrażliwe na utratę stateczności półek i środników, co objawia się miejscowymi ich deformacjami, wybrzuszeniami.

Klasa przekroju określa także możliwość wykorzystania części zapasu nośności przekroju, wynikającego z pozasprężystego zachowania się elementu stalowego. Dotyczy to przekrojów klasy 1 i częściowo klasy 2, których nośności na zginanie  $M_{Rd}$  mogą być uwzględnione w obliczeniach według teorii plastyczności. W konstrukcjach zbudowanych z prętów o przekrojach klasy 1 można zaakceptować uplastycznienie ustroju, czyli powstanie wielu przegubów plastycznych (w ustrojach statycznie niewyznaczalnych). W przypadku przekrojów klasy 2 jako dopuszczalne przyjmuje się uplastycznienie tylko jednego przekroju konstrukcji. W szacowaniu nośności  $M_{Rd}$  przekrojów klasy 3 w zasadzie przyjmuje się sprężysty zakres wytężenia stali (niekiedy można uwzględnić częściowe uplastycznienie przekroju w strefie rozciąganej). W przypadku przekrojów klasy 4 można w ocenie ich nośności wykorzystać nośność nadkrytyczną tj. po wystąpieniu lokalnego wyboczenia ściskanych ścianek przekroju. Jest rzeczą oczywistą, że nośności  $M_{Rd}$  dla każdej klasy przekrojów wyznacza się wg oddziel-

nych zasad i wzorów. Sposób wyznaczania nośności przekrojów  $M_{Ri}$  przedstawiono w następnym rozdziale.

W celu ustalenia klasy przekroju należy zidentyfikować rozkłady naprężeń w jego ściankach od obciążeń zewnętrznych. W ujęciu PN-EN 1993-1-1 przyjmuje się rozkłady naprężeń w plastycznym lub sprężystym stanie wytężenia przekroju pręta zginanego. W przypadku przekroju dwuteowego pokazanego na rys. 15a jego pas górny jest ściskany równomiernie, środnik ściskany i rozciągany (zginany w swej płaszczyźnie), pas dolny rozciągany. Rozpatruje się tylko klasy ścianek przekroju, w których występują naprężenia ściskające. W analizowanych przykładach należy badać klasę: pasa górnego i środnika dla belki wg rys. 15a i e oraz środnika dla belki wg rys. 15c. Modelami obliczeniowym ścianek przekroju są płyty podparte wzdłuż jednej (ścianki wspornikowe) lub dwóch przeciwległych krawędziach (ścianki przęsłowe). Na przykład dla belek wg rys. 15a i e środnik jest oparty na pasach górnym i dolnym tj. wzdłuż dwóch krawędzi. W przypadku belki o przekroju teowym (rys. 15c) jej środnik oparty jest na dwóch krawędziach. Z kolei pas górny belki dwuteowej (rys. 15a) jest oparty na jednej krawędzi (na środniku), belki o przekroju skrzynkowym (rys. 15e) na dwóch krawędziach (na dwóch środnikach). Schematy statyczne podparcia i obciążenia płyt jako modeli obliczeniowych analizowanych ścianek przekroju pokazano na rys. 15b, d, f.



Rys. 15. Przykłady modeli obliczeniowych analizy klasy przekrojów zginanych

Graniczne smukłości ścianek dla poszczególnych klas są uzależnione od sposobu ich podparcia: obustronnego (ścianki przęsłowe) lub jednostronnego (ścianki wspornikowe), rozkładu naprężeń i gatunku stali. Podano je w tabl. 2÷4 (wg PN-EN 1993-1-1).



Tabl. 2. Maksymalne smukłości równomiernie ściskanych ścianek przęsłowych wg PN-EN 1993-1-1

Wspornikowe części pasów							
				Ţ		1	
Kształtowniki walcowane Kształtowniki spawane							
Klasa	Iasa Część ściskana Brzeg ściskany		ny	Brzeg rozciągany			
Rozkład naprężeń w części (ściskanie dodatnie)	+		αC +	-	μ <u>α</u> αα +		
						- -	
1	$c/t \le 9\varepsilon$		$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$		$c/t \le \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
2	<i>c/t</i> ≤ 10ε		$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$		$c/t \le \frac{10\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
Rozkład naprężeń w części (ściskanie dodatnie)	+       + 			↓			
3	<i>c/t</i> ≤ 14ε			$c/t \le 21\varepsilon_{\sqrt{2}}$ $k_{\sigma}$ – patrz EN 1	/ <del>k</del> ₅, 1993-1-5		
005/6	fy	235	275	355	420	460	
$\varepsilon = \sqrt{200} H_y$	ε	1,0	0,92	0,81	0,75	0,71	

Tabl. 3. Maksymalne smukłości równomiernie ściskanych ścianek wspornikowych wg PN-EN 1993-1-1

W celu identyfikacji klasy przekroju należy rozpatrywanym ściankom przyporządkować schemat statyczny podparcia na krawędziach i schemat obciążenia (rys. 15b, d, f) i wyznaczyć ich parametr materiałowy opisany wzorem

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{235}{f_y}},\tag{10}$$

gdzie:  $f_y$  – granica plastyczności stali.

Następnie należy wyznaczyć smukłości analizowanych ścianek przekroju ze wzoru

$$\lambda_{sc} = \frac{c}{t} \varepsilon \,, \tag{11}$$

gdzie: c, t – odpowiednio szerokość i grubość ścianki.

Dla występujących w badanej sytuacji projektowej schematów statycznych podparcia i obciążenia analizowanych ścianek, z tabl. 2÷4 należy odczytać ich graniczne smukłości  $\lambda_{ult}$ , a następnie porównać je ze smukłościami poszczególnych elementów składowych przekroju (11). Przekrój jest klasyfikowany wedle najwyższej (liczbowo) klasy jego części ściskanych.

Tabl. 4. Maksymalne smukłości równomiernie ściskanych ścianek kształtowników złożonych wyłącznie ze ścianek wspornikowych wg PN-EN 1993-1-1



#### 3.3. Obliczeniowa nośność przekroju elementu zginanego

Klasyfikacja przekrojów prętów definiuje przede wszystkim możliwości oceny nośności ich przekrojów w zakresie plastycznym, sprężystym lub nadkrytycznym (efektywnym). Zgodnie z PN-EN 1993-1-1 wyznacza się obliczeniowe nośności przekrojów zginanych:  $M_{pl,Rd}$  - klasy 1 i 2 (nośność plastyczna),  $M_{el,Rd}$  - klasa 3 (nośność sprężysta) oraz  $M_{eff,Rd}$  klasa 4 (nośność efektywna).

W ocenie nośności przekroju zginanego wg PN-EN 1993-1-1 przyjęto rozkłady naprężeń pokazane na rys. 16.



Rys. 16. Rozkład naprężeń w zginanym przekroju dwuteowym klasy 1 i 2 (b), klasy 3 (c) oraz klasy 4 (e)

Warunek nośności przekroju zginanego obliczeniowym momentem zginającym  $M_{Ed}$  wg PN-EN 1993-1-1 ma postać:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \le 1. \tag{12}$$

Obliczeniową nośność przekroju zginanego  $M_{c,Rd}$  oblicza się następująco:

• w przypadku przekrojów klasy 1 i 2 (rys. 16b)

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{pl}f_y}{\gamma_{M0}},\tag{13}$$

• w przypadku przekrojów klasy 3 (rys. 16c)

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el,\min}f_y}{\gamma_{M0}},\tag{14}$$

• w przypadku przekrojów klasy 4 (rys. 16e)

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{eff,\min}f_y}{\gamma_{M0}},$$
(15)

gdzie:

 $W_{pl}$  – plastyczny wskaźnik zginania przekroju,

 $W_{el,\min}~$ – najmniejszy sprężysty wskaźnik zginania przekroju,

 $W_{e\!f\!f,\rm min}\,$ – najmniejszy wskaźnik zginania przekroju efektywnego,

 $f_{\rm y}$  – granica plastyczności stali,

 $\gamma_{M0}$  – częściowy współczynnik w ocenie nośności,  $\gamma_{M0}$  = 1,00.

W ocenie nośności przekrojów na zginanie klas 1 i 2 przyjęto ich pełne uplastycznienie w stanie granicznym (na całej wysokości przekroju naprężenia wynoszą  $\sigma_M = f_y$  - rys. 16b), czemu w obliczeniach odpowiada plastyczny wskaźnik zginania przekroju  $W_{pl}$  i nośność plastyczna przekroju na zginanie  $M_{c,Rd} = M_{pl}$ .

Wskaźnik oporu plastycznego przekroju  $W_{pl}$  jest sumą momentów statycznych względem osi, która dzieli przekrój na dwie równe powierzchnie (rys. 17) i oblicza się go ze wzoru

$$W_{pl} = S_c + S_t \,, \tag{16}$$

gdzie:  $S_c$ ,  $S_t$  – momenty statyczne części ściskanej (*c*) i rozciąganej (*t*) przekroju względem osi, gdy zachodzi warunek równych ich pól powierzchni  $A_c = A_t$ .



Rys. 17. Schemat wyznaczania wskaźnika oporu plastycznego

Obliczeniową nośność na zginanie przekroju klasy 3 wyznacza się zakładając sprężysty rozkład naprężeń w przekroju (rys. 16c) i przyjmując najmniejszy sprężysty wskaźnik zginania  $W_{el,\min}$ .

W zginanych przekrojach klasy 4, przed wystąpieniem uplastycznienia włókien skrajnych, dla naprężeń  $\sigma_c = \sigma_{cr} < f_y$  (gdzie  $\sigma_{cr}$  - naprężenia krytyczne wyboczenia sprężystego ścianki) może wystąpić lokalna utrata stateczności ich ściskanych ścianek. Zmniejszoną nośność nadkrytyczna takiego lokalnie wyboczonego przekroju (w stosunku sprężystej nośności przekroju klasy 3) uwzględnia efektywny wskaźnik zginania przekroju klasy 4.

#### 3.4. Przekrój współpracujący elementów klasy 4

Przekroje klasy 4 są wrażliwe na lokalną utratę stateczności ich ściskanych ścianek. Na rys. 17a pokazano zginaną blachownicę o przekroju dwuteowym, w której wystąpiła lokalna utrata stateczności ściskanej części środnika (ścianki klasy 4). Równocześnie oś główna (podłużna) blachownicy pozostaje prosta i nie jest ona ustrojem geometrycznie zmiennym (spełnia wymagania bezpieczeństwa).



Rys. 17. Lokalna utrata stateczności pasa górnego i środnika blachownicy (a) oraz jego model obliczeniowy stateczności środnika (b)

W analizie nośności ściankom klasy 4 przyporządkowuje się modele obliczeniowe ściskanych płyt, o adekwatnych schematach podparcia (jednostronnego lub dwustronnego) i obciążenia (rys. 18b). W stanie dokrytycznym ich rozkłady naprężeń są liniowe, po wyboczeniu ścianki zaś zmieniają się w krzywoliniowe (rys. 18a). Wówczas przyrost obciążeń przejmują strefy wzdłuż linii jej podparcia, a strefa środkowa ścianki przenosi mniejsze wytężenie (rys. 18a). Wyczerpanie nośności w stanie nadkrytycznym następuje, gdy uplastycznia się krawędzie podtrzymujące wyboczoną ściankę (wówczas krawędziowe naprężenia ściskające  $\sigma_c$ osiągają wartość granicy plastyczności  $f_y$ , tj.  $\sigma_c = f_y$ ). Ocenę nośności ścianek w stanie nadkrytycznym wykonuje się zgodnie z teorią Wintera. Według niej, w miejsce rzeczywistego, krzywoliniowego rozkładu naprężeń w ściance o szerokości b, przyjmuje się równomierny rozkład naprężeń (w stanie granicznym  $\sigma_c = f_y$ ) w ściance o zredukowanej (efektywnej, współpracującej) szerokości  $b_{eff} < b$  (rys. 18b). W przypadku ścianki podpartej obustronnie, jej współpracujące części przekroju przyjmuje się w strefach przyległych do krawędzi podparcia ścianki. Ich łączna szerokość wynosi  $b_{eff} < b$  (rys. 18b). Stąd w przypadku przekrojów klasy 4 należy wg PN-EN 1993-1-1 wyznaczyć ich efektywne charakterystyki (np.  $A_{\rm eff}$  ,  $i_{\rm eff}$  ,  $J_{\rm eff}$  ,  $W_{\rm eff}$  ) gdyż szerokości wyboczonych ścianek ulegają redukcji.



Rys. 18. Zastępcza szerokość współpracująca ścianki

Sposób obliczania przekroju efektywnego (współpracującego) podano w PN-EN 1993-1-1. Pole przekroju współpracującego wyznacza się dla liniowego rozkładu odkształceń, którym odpowiada granica plastyczności stali  $f_y$  w ściance. Pole przekroju współpracującego elementu jest sumą pól przekrojów współpracujących jego ścianek. Ustala się je wg procedur podanych w PN-EN 1993-1-5 *Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice*. Efektywne pole przekroju ściskanej ścianki  $A_{c,eff}$  jest określone wzorem:

$$A_{c,eff} = b_{eff}t, \qquad (17)$$

gdzie:

$$b_{eff} = \rho \overline{b} , \qquad (18)$$

- *ρ* współczynnik redukcyjny uwzględniający niestateczność ścianki i jej stan nadkrytyczny,
- $\overline{b}$  szerokość ściskanej ścianki,
- t grubość ściskanej ścianki.

Współczynnik redukcyjny  $\rho$  określa się w zależności od schematu statycznego analizowanej, ściskanej ścianki (ścianka przęsłowa lub ścianka wspornikowa), kształtu rozkładu naprężeń (w zależności od stosunku naprężeń brzegowych –  $\psi$ ; patrz tabl. 5 i 6), granicy plastyczności stali  $f_y$  ścianki, a także względnej smukłości płytowej  $\overline{\lambda}_p$ . Wyznacza się go ze wzorów

• ścianki przęsłowe:

$$\rho = 1,0 \quad dla \ \overline{\lambda}_{p} \le 0,673, \tag{19}$$

$$\rho = \frac{\overline{\lambda}_p - 0.055(3 + \psi)}{\overline{\lambda}_p^2} \le 1.0 \quad dla \quad \overline{\lambda}_p > 0.673, \quad gdzie \quad (3 + \psi) \ge 0,$$
(20)

• ścianki wspornikowe:

$$\rho = 1,0 \quad dla \ \overline{\lambda}_{p} \le 0,748, \tag{21}$$

$$\rho + \frac{\overline{\lambda}_p - 0.188}{\overline{\lambda}_p^2} \le 1.0 \quad dla \quad \overline{\lambda}_p > 0.748.$$
(22)

Rozkład naprężeń (ściskanie jest dodatnie)				Szerokość współpracująca b <sub>ett</sub>			
$\sigma_1$ + $\sigma_2$				$\psi$ = 1: $b_{eff} = \rho b_{\rho}$ $b_{e1} = 0.5 b_{eff}$ $b_{e2} = 0.5 b_{eff}$			
$\sigma_1$ + $\sigma_2$				$\begin{array}{l} +1>\psi\geq 0;\\ b_{eff}=\rho b_{\rho}\\ b_{e1}=\frac{2b_{eff}}{5-\psi}\\ b_{e2}=b_{eff}-b_{e1} \end{array}$			
$\sigma_1$ $b_c$ $b_t$ $\sigma_2$ $b_{\theta_1}$ $b_{\theta_2}$ $\overline{b}$ $\sigma_2$			$0 > \psi \ge -1:$ $b_{eff} =  ho \overline{b}$ $b_{e1} = 0.4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0.6 b_{eff}$				
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			$\psi < -1:$ $b_{eff} =  ho b_c$ $b_{e1} = 0.4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0.6 b_{eff}$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	$+1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	0	$ -1>\psi\geq-3$	
kσ	4,0	$\frac{8,2}{1,05+\psi}$	7,81	$7,81-6,29\psi+9,78\psi^2$	23,9	$5,98(1-\psi)^2$	
Alternatywnie dla +1 > $\psi \ge -1$ : $k_{\sigma} = \frac{16}{[(1+\psi)^2+0,112(1-\psi^2)]^{0.5}+(1+\psi)}$							

### Tabl. 5. Szerokości współpracujące ściskanych ścianek przęsłowych wg PN-EN 1993-1-5

Parametry potrzebne do ustalenia współczynników redukcyjnych  $\rho$  ścianek przekroju podano tabl. 5 i 6.

Względną smukłość płytową oblicza się z zależności:

$$\overline{\lambda}_{p} = \sqrt{\frac{f_{y}}{\sigma_{cr}}} = \frac{\overline{b}/t}{28,4\varepsilon\sqrt{k_{\sigma}}},$$
(23)

w których:

 $\overline{b}$  – miarodajna szerokość ścianki,

- $k_{\sigma}$  parametr niestateczności miejscowej uzależniony od stosunku naprężeń  $\psi$  (wg tabl. 4.1 i 4.2 w PN-EN 1993-1-5),
- t grubość ścianki,
- $\sigma_{cr}$  sprężyste naprężenia krytyczne przy niestateczności miejscowej ścianki (wg tabl. 4.1 i 4.2 w PN-EN 1993-1-5),

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \, .$$

Tabl. 6. Szerokości współpracujące ściskanych ścianek wspornikowych wg PN-EN 1993-1-5



Nośność dwuteowego przekroju klasy 4. na zginanie w stanie nadkrytycznym wyznacza się z pominięciem strefy wybrzuszonej jego środnika (rys. 19). Moment zginający jest przenoszony przez przekrój efektywny, który składa się z pasów i części współpracujących środnika o szerokościach  $b_{eff,1}$  oraz  $b_{eff,2}$ .

W celu wyznaczania nośności na zginanie przekroju klasy 4 należy określić jego efektywne (zredukowane - netto) charakterystyki geometryczne, gdyż zmieniają się położenie osi obojętnej (przesunięcie o wartość e), moment bezwładności  $J \rightarrow J_{eff}$  oraz wskaźnik zginania  $W \rightarrow W_{eff}$ . W przypadku pręta ściskanego siłą podłużną N i niesymetrycznej redukcji przekroju, w wyniku przesunięcia osi obojętnej o wartość e (rys. 19b) powstaje dodatkowy moment zginający

$$\Delta M = Ne , \qquad (24)$$

który należy uwzględnić w analizie wytężenia elementu.



Rys. 19. Efektywne cechy geometryczne zginanego przekroju dwuteowego klasy 4

#### 3.5. Obliczeniowa nośność przekroju ścinanego

Przypadki czystego zginania prętów stalowych są w praktyce spotykane raczej sporadycznie. W przekrojach elementów zginanych z reguły momentowi zginającemu M towarzyszy siła poprzeczna V. Powstają wówczas naprężenia styczne (rys. 20), które wynoszą

$$\tau_t = \frac{VS_y}{J_y b},\tag{25}$$

gdzie:

 $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{y}}$ – moment statyczny odciętej części przekroju względem osi obojętnej ( $\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}$ ),

 $J_y$  – moment bezwładności przekroju względem osi obojętnej (y - y),

b – szerokość przekroju w odległości z od osi obojętnej (y - y).



Rys. 20. Rozkład naprężeń stycznych w przekroju prostokątnym (a) i dwuteowym (b)

Rozkład naprężeń stycznych  $\tau_i$  w przekroju dwuteowym pokazano na rys. 20. Dla przekroju dwuteowego rozkład naprężeń stycznych ma kształt kapelusza, o ekstremalnych wartościach w środniku. Środnik jest więc częścią przekroju, który przenosi zasadniczą część obciążenia ścinającego V.

W przenoszeniu siły tnącej V przez przekrój zginanym biorą udział jego części składowe równoległe do kierunku działania tego wytężenia. Stąd też nośność przekroju ścinanego wyznacza się uwzględniając pole powierzchni czynnej przy ścinaniu V oraz przyjmuje się zastępcze (aproksymujące) rozkłady naprężeń  $\tau_{śr}$  ( patrz rys. 20), które wynoszą

$$\tau_{\acute{s}r} \approx \frac{V}{A_{\nu}} \le f_{y,\nu}, \qquad (26)$$

gdzie:

 $A_{\nu}$  – pole powierzchni przekroju czynnego przy ścinaniu (patrz tabl. 2),

 $f_{y,v}$ – granica plastyczności stali przy ścinaniu.

Granica plastyczności stali przy ścinaniu wynosi

$$f_{y,v} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 0,577 f_y, \qquad (27)$$

gdzie  $f_y$  – granica plastyczności stali.

Sprawdzanie przekroju ścinanego obliczeniową siłą poprzeczną  $V_{Ed}$  elementów o środnikach niewrażliwych na miejscową utratę stateczności sprężystej przy ścinaniu przeprowadza się wg PN-EN 1993-1-1 w zależności od klasy przekroju

• przekroje klasy 1 i 2

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \le 1, \tag{28}$$

gdzie  $V_{c,Rd}$  – obliczeniowa nośność plastyczna przekroju przy ścinaniu, którą oblicza się ze wzoru

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = \frac{A_{\nu}(f_{\nu}/\sqrt{3})}{\gamma_{M0}},$$
(29)

• przekroje klasy 3 i 4

$$\frac{\tau_{Ed}}{f_{v}/(\sqrt{3}\gamma_{M0})} \le 1,0,$$
(30)

gdzie  $au_{Ed}$  – naprężenie styczne

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}S}{It},\tag{31}$$

w których:

- $A_v$  pole przekroju czynnego przy ścinaniu,
- $f_{\rm y}$  granica plastyczności stali,
- S moment statyczny względem osi głównej części przekroju między punktem, w którym oblicza się  $\tau_{Ed}$ , a brzegiem przekroju,

I – moment bezwładności przekroju,

t – grubość w rozpatrywanym punkcie,

 $\gamma_{M0}$  – częściowy współczynnik w ocenie nośności,  $\gamma_{M0}$  = 1,00.

Pole przekroju czynne przy ścinaniu należy przyjmować:

- dwuteowniki walcowane, ścinane prostopadle do osi y y:  $A_v = A 2bt_f + (t_w + 2r)t_f$ , lecz nie mniej niż $\eta h_w t_w$ ,
- ceowniki walcowane, ścinane prostopadle do osi y y:  $A_y = A 2bt_f + (t_w + r)t_f$ ,
- teowniki walcowane, ścinane prostopadle do osi y y:  $A_y = A bt_f + 0.5(t_w + 2r)t_f$ ,
- teowniki spawane, ścinane prostopadle do osi y y:  $A_y = t_w(h 0.5t_f)$ ,
- dwuteowniki spawane i przekroje skrzynkowe, ścinane prostopadle do osi y y:  $A_y = \eta \sum (h_w t_w)$ ,
- dwuteowniki spawane i przekroje skrzynkowe, ścinane prostopadle do osi z-z:  $A_v = A - \eta \sum (h_w t_w)$ ,
- kształtowniki rurowe prostokątne o stałej grubości
  - ścinane prostopadle do osi y y:  $A_y = Ah/(b+h)$ ,
  - ścinane prostopadle do osi z z:  $A_v = Ab/(b+h)$ ,
- rury okrągłe o stałej grubości:  $A_v = 2A/\pi$ ,

#### gdzie:

- A pole przekroju,
- b szerokość przekroju,
- h-wysokość przekroju,
- $h_w$  wysokość środnika w świetle pasów,
- r promień wyokrąglenia,
- $t_f$  grubość pasa,
- $t_w$  grubość środnika,
- $\eta$  współczynnik wg PN-EN 1993-1-5; można przyjmować  $\eta$  = 1,0.

Zagadnienia nośności ścinanych środników blachownic omówiono w rozdz. 5.4.

#### 3.6. Interakcyjna nośność przekrojów

W przypadku złożonych stanów wytężenia przekroju (gdy występują równocześnie siły wewnętrzne M, N, V) analizuje się jego nośność interakcyjną.

W analizach wytrzymałościowych należy brać pod uwagę wpływ siły poprzecznej na nośność przekroju przy zginaniu. Wg PN-EN 1993-1-1 można go pominąć, jeśli nośność przekroju nie ulega redukcji wskutek wyboczenia przy ścinaniu – według PN-EN 1993-1-5 *Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice*, a siła podłużna nie przekracza 50% nośności plastycznej przekroju przy ścinaniu. W przeciwnym razie przyjmuje się zredukowaną nośność obliczeniową przekroju, ustaloną przy założeniu, że w polu czynnym przy ścinaniu występuje zredukowana granica plastyczności  $f_{y,red}$ , którą oblicza się ze wzoru

$$f_{y,red} = (1 - \rho) f_y,$$
 (32)

gdzie

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1\right)^2. \tag{33}$$

W przypadku dwuteowników bisymetrycznych, zginanych względem osi największej bezwładności, zredukowaną nośność plastyczną przy zginaniu ze ścinaniem można obliczać według wzoru

$$M_{y,V,Rd} = \left[ W_{pl,y} - \frac{\rho A_w^2}{4t_w} \right] \frac{f_y}{\gamma_{M0}}, \text{ lecz } M_{y,V,Rd} \le M_{y,c,Rd}, \qquad (34)$$

gdzie  $A_w = h_w t_w$  - pole przekroju środnika.

W PN-EN 1993-1-1 podano zasady obliczania i warunki nośności przekrojów dwuteowych oraz rurowych okrągłych i prostokątnych, wytężonych interakcyjnie w przypadku: zginania ze ścinaniem, zginania z siłą podłużną oraz zginania ze ścinaniem i siłą podłużną.

#### 3.7. Nośność pręta zginanego z warunku utraty stateczności ogólnej (zwichrzenia)

Utrata stateczności ogólnej elementu zginanego, nazywana również utratą płaskiej postaci zginania lub zwichrzeniem. Polega na tym, że pierwotnie płaski dźwigar pod wpływem obciążenia "wychodzi" z płaszczyzny głównej (w której działa obciążenie), tj. w kierunku prostopadłym do płaszczyzny obciążenia, z równoczesnym obrotem przekroju poprzecznego (rys. 21). O ile utrata stateczności miejscowej (lokalne wyboczenie ścianki) może wystąpić tylko w elementach o przekrojach klasy 4, to utracie stateczności ogólnej (zwichrzeniu) mogą ulec pręty o przekrojach klasy 1, 2, 3 i 4.



Rys. 21. Utrata płaskiej postaci zginania (zwichrzanie) belki

Zjawisko powstawania zwichrzenia analizowane będzie na przykładzie belki o małej sztywności giętnej względem osi pionowej z-z (rys. 22). Belka ta na swej długości nie ma więzi poziomych, które uniemożliwiłyby jej przemieszczenia poziome. Pod wpływem pionowych obciążeń poprzecznych, przyłożonych idealnie w płaszczyźnie głównej z-x (nie występuje skręcanie) belka ugina się i w górnej części jej przekroju powstają naprężenia ściskające. Górna, ściskana część przekroju zginanego belki znajduje się w stanie wytężenia podobnym do modelu pręta ściskanego (patrz rys. 22a). Jak wiadomo pręty ściskane, pod wpływem obciążenia krytycznego ulegają wyboczeniu (utracie stateczności ogólnej) względem osi najmniejszej bezwładności przekroju poprzecznego. W analizowanym elemencie zginanym, jego ściskana część górna ulega wyboczeniu, podobnemu do utraty stateczności ogólnej pręta ściskanego. Wyboczenie to następuje względem osi o mniejszej sztywności tj. w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny działającego obciążenia giętnego (założono, że belka ma małą sztywność względem osi z-z oraz, że na jej długości nie występują więzi ograniczające jej przemieszczenia poziome). Górna, ściskana część elementu zginanego przemieszcza się poziomo o  $y_g$ , dolna część (rozciągana, w której występują siły "prostujące") zaś wygina się o  $y_d < y_g$ . W wyniku różnicy przemieszczeń poziomych części górnej i dolnej przekrój poprzeczny ulega skręceniu co pokazano na rys. 22d. Jest ono efektem działania sił wewnętrznych w pręcie: wyboczeniowych (w strefie ściskanej) i prostujących (w strefie rozciąganej). Taki stan wygięcia i skręcenia zginanego pręta określa się jako utrata stateczności ogólnej (zwichrzenie) lub utrata płaskiej postaci zginania.



Rys. 22. Schemat zwichrzenia belki

Obciążenie pochodzenia grawitacyjnego jest zawsze typu zachowawczego (zachowuje miejsce przyłożenia i kierunek). Po utracie stateczności następuje przestrzenne zakrzywienie ustroju (rys. 22 – przemieszczenie  $y_0$ ,  $z_0$  oraz skręcenie  $\varphi$ ) i obciążenie to powoduje zginanie belki i skręcanie jej na ramieniu e. Skręcenie zwichrzonego pręta nie należy interpretować jako wynik mimośrodowego obciążenia giętnego belki (założono bowiem, iż obciążenie działa idealnie w płaszczyźnie głównej przekroju – w płaszczyźnie zx), lecz jako zjawisko bifurkacyjnego wyboczenia giętno-skrętnego.

Zwichrzony pręt zginany jest wtórnie skręcany, w wyniku śledzącego (zachowawczego) obciążenia poprzecznego P (patrz rys. 22b) działającego na mimośrodzie e. Dodatkowy moment skręcający  $M_s = Pe$  zdecydowanie zmniejsza nośność pręta. W każdym przypadku idealnym (bez wstępnych mimośrodów obciążeń) dochodzić może do lawinowego przebiegu zjawiska wyczerpania nośności pręta. Skręcanie zwichrzonego poprzecznie pręta zginanego towarzyszy zawsze zjawisku utraty płaskiej postaci zginania. W pręcie zginanym, w którym obciążenie jest przyłożone do części ściskanej (rys. 22b) dodatkowy moment skręcający  $M_s = Pe$  jest największy. W przypadku przyłożenia obciążenia Q w części rozciąganej przekroju (rys. 22c) dodatkowy moment skręcający  $M_s = Qe$  jest mniejszy. Dlatego też zginające obciążenie krytyczne ustroju zależy od miejsca przyłożenia obciążenia do belki.

Fenomen zwichrzenia tkwi m.in. w tym, iż zewnętrzne obciążenie wymusza przemieszczenie pionowe konstrukcji w kierunku jego działania (w dół na rys. 22), powstające zaś w ustroju siły wewnętrzne, wywołujące bezpośrednio utratę stateczności, wymuszają przemieszczenie poziome belki, które jest prostopadłe do płaszczyzny działającego obciążenia, a także jej skręcenie. Podobnie jak w przypadku wyboczenia, zwichrzenie dotyczy prętów klas 1, 2, 3 i 4. Natomiast w zginanych elementach o przekrojach klasy 4 może wystąpić utrata stateczności lokalnej ściskanych ścianek (rys. 17). Wtedy deformacji ulega tylko płaszczyzna główna ścianki, a oś podłużna belki pozostaje prosta.

Nośność krytyczną z warunku utraty płaskiej postaci zginania elementu mierzy się momentem krytycznym zwichrzenia  $M_{cr}$ . Do zwichrzenia dochodzi w sprężystym stanie wytężenia, tj. gdy naprężenia w przekroju zginanym są mniejsze od granicy plastyczności stali. Stąd też moment krytyczny zwichrzenia  $M_{cr}$  jest mniejszy od nośności przekroju na zginanie  $M_{Rd}$ . Zmniejszenie nośności pręta z warunku zwichrzenia w stosunku do nośności przekroju  $M_{Rd}$ , wyraża współczynnik zwichrzenia  $\chi_{LT}$ .

Według PN-EN 1993-1-1 warunek nośności ze względu na zwichrzenie elementu o stałym przekroju, zginanego obliczeniowym momentem  $M_{Ed}$  względem silniejszej osi y - y ma postać:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \le 1. \tag{35}$$
$$M_{b,Rd} = \chi_L W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}},\tag{36}$$

gdzie:

jest wzorem:

 $\chi_L$  – współczynnik zwichrzenia,

 $\gamma_{M1}$  – częściowy współczynnik nośności z warunku utraty stateczności,  $\gamma_{M1} = 1,00$ . Wskaźnik wytrzymałości przekroju  $W_y$  w (36) należy przyjmować:

 $W_y = W_{pl,y}$  – plastyczny wskaźnik zginania - w przypadku przekrojów klasy 1 i 2,

 $W_y$  =<br/>W\_{el,y} – sprężysty wskaźnik zginania - w przypadku przekrojów klasy 3,

 $W_y = W_{eff,y}$  – efektywny wskaźnik zginania - w przypadku przekrojów klasy 4.

W przypadku elementów o dowolnym przekroju, ulegających utracie płaskiej postaci zginania względem osi y - y, współczynnik zwichrzenia  $\chi_L$  wyznacza się w zależności od smukłości względnej dla odpowiedniej krzywej zwichrzenia, którą opisuje funkcja:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \overline{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{lecz} \quad \chi_{LT} \le 1,0 , \qquad (37)$$

gdzie:

$$\Phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\overline{\lambda}_{LT} - 0.2) + \overline{\lambda}_{LT}^2].$$
(38)

Smukłość względną przy zwichrzeniu  $\overline{\lambda}_{LT}$  wyznacza się z zależności

• przekroje klasy 1 i 2

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}},$$
(39)

• przekroje klasy 3

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{el,y} f_y}{M_{cr}}},$$
(40)

• przekroje klasy 4

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{eff,y} f_y}{M_{cr}}}, \qquad (41)$$

w których:  $M_{cr}$  – moment krytyczny przy zwichrzeniu sprężystym.

Pręty rzeczywiste są obarczone wstępnymi niedoskonałościami (technologicznymi, geometrycznymi, wykonawczymi) tzw. imperfekcjami, które zmniejszają ich teoretyczną nośność z warunku zwichrzenia. Stąd podane w normach projektowania konstrukcji stalowych współczynniki zwichrzenia są uzależnione od parametru imperfekcji:  $\alpha$  - wg PN-EN 1993-1-1.

W PN-EN 1993-1-1 przyjęto 4 krzywe zwichrzenia: a, b, c i d , którym przynależą odpowiednio parametry imperfekcji  $\alpha_{LT} = 0,21, 0,34, 0,49 i 0,76$ . Przyporządkowanie krzywych zwichrzenia w PN-EN 1993-1-1 do grupy elementów opisanych tym samym parametrem imperfekcji  $\alpha_{LT}$  odbywa się w zależności od proporcji podstawowych wymiarów oraz technologii wykonania elementu zginanego. Zalecane wg PN-EN 1993-1-1 przyporządkowanie krzywych zwichrzenia podano w tabl. 7.

Tabl. 7. Przyporządkowanie krzywych zwichrzania (przypadek ogólny elementówo dowolnym przekroju) według PN-EN 1993-1-1

		Krzywe zwichrzenia według				
Elementy	Ograniczenia	(37)	(42)			
	$h/b \le 2$	а	b			
Dwuteowniki walcowane	<i>h/b</i> > 2	b	с			
	$h/b \le 2$	с	с			
Dwuteowniki spawane	<i>h/b</i> > 2	d	d			
Inne kształtowniki	-	d	-			
h – wysokość kształtownika, $b$ – szerokość pasa kształtownika						

Wyżej wymienione zasady obliczania nośności dźwigarów z warunku ich zwichrzenia dotyczą ogólnego przypadku belek o stałym przekroju poprzecznym. Dla szczególnego przypadku dwuteowników walcowanych oraz ich spawanych odpowiedników w PN-EN 1993-1-1 podano zasady określania współczynnika zwichrzenia wg zmodyfikowanej procedury. Wyznacza się go ze wzoru

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \overline{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{lecz} \quad \chi_{LT} \le \min\left(1, 0, \frac{1}{\overline{\lambda}_{LT}^2}\right), \tag{42}$$

gdzie:

$$\Phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\overline{\lambda}_{LT} - \overline{\lambda}_{LT,0}) + \beta \overline{\lambda}_{LT}^2].$$
(43)

Przyporządkowanie krzywych zwichrzenia dla tego przypadku podano w tabl. 7. Parametry  $\overline{\lambda}_{LT,0}$  i  $\beta$  w (42) oraz (43) należy przyjmować  $\overline{\lambda}_{LT,0} = 0,4$  (wartość maksymalna) oraz  $\beta = 0,75$  (wartość minimalna).

W celu uwzględnienia kształtu rozkładu momentów zginających między stężeniami bocznymi można stosować zmodyfikowany współczynnik zwichrzenia  $\chi_{LT,mod}$ , który oblicza się ze wzoru:

$$\chi_{LT, \text{mod}} = \frac{\chi_{LT}}{f} \le (1, 1/\overline{\lambda}_{LT}^2), \qquad (44)$$

gdzie

$$f = 1 - 0.5(1 - k_c)[1 - 2(\overline{\lambda}_{LT} - 0.8)^2] \le 1.0,$$
(45)

w którym  $k_c$  współczynnik poprawkowy według tabl. 8.

Rozkład momentów	k <sub>c</sub>
$\mathcal{W} = 1$	1,0
-1 ≤ <i>V</i> ≤ 1	1 1,33 - 0,33 Ψ
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

Tabl. 8. Współczynnik poprawkowy  $k_c$ 

W PN-EN 1993-1-1 nie podano żadnych wytycznych dotyczących określania wartości momentu krytycznego zwichrzenia dźwigara zginanego  $M_{cr}$ . Można go wyznaczyć korzystając z literatury przedmiotu np. Pałkowski Sz.: Konstrukcje stalowe. Wybrane zagadnienia obliczania i projektowania. PWN, Warszawa 2001 lub zaleceń PN-90/B-03200.

W przypadku widełkowego podparcia dwuteowych belek bisymetrycznych, zginanych względem osi największego oporu obciążeniem przyłożonym w osi środka ścinania sprężysty moment krytyczny można wyznaczyć ze wzoru

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_T}{\pi^2 E I_z}},$$
(46)

gdzie:

 $I_T$  – moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym,

 $I_{\omega}$ - wycinkowy moment bezwładności

- $I_z$  moment bezwładności względem osi najmniejszej bezwładności,
- L rozpiętość obliczeniowa belki lub rozstaw stężeń bocznych belki,
- k współczynnik długości wyboczeniowej w płaszczyźnie najmniejszej sztywności (prostopadłej do płaszczyzny zginania),
- $k_w$  współczynnik długości wyboczeniowej uwzględniający możliwość deplanacji przekrojów końcowych; do obliczeń zaleca się przyjmować  $k_w = 1,0$ , chyba że uzasadni się możliwość przyjęcia wartości mniejszej,
  - $C_1$  współczynnik uwzględniający warunki obciążenia i podparcia segmentu na końcach wg tabl. 9 i 10,
  - $\psi$  stosunek momentów zginających na końcach segmentu, w którym sprawdzane jest zwichrzenie.

Wartości momentu bezwładności  $I_z$  i  $I_T$  oraz wycinkowy moment bezwładności  $I_{\omega}$  dwuteowników walcowanych są podane w odpowiednich tablicach do projektowania. Współczynnik  $C_1$  uwzględnia kształt rozkładu momentu zginającego na długości belki. Jego wartość można ustalić korzystając z tabl. 9 i 10.

W PN-EN 1993-1-1 zamieszczono uproszczona metodę oceny zwichrzenia belek stropowych i rygli ram w budynkach.

Warunki obciążenia i podparcia	Wykres momentów zginających	kz	Cı
	ψ=1,00	1,0	1,000
		0,7	1,000
		0,5	1,000
	ψ=0,75	1,0	1,141
		0,7	1,270
		0,5	1,305
	ψ=0,50	1,0	1,323
		0,7	1,473
		0,5	1,514
	ψ=0,25	1,0	1,563
-		0,7	1,739
		0,5	1,788
M vM	ψ=0	1,0	1,879
		0,7	2,092
		0,5	2,150
	ψ=-0,25	1,0	2,281
		0,7	2,538
		0,5	2,609
	ψ=-0,50	1,0	2,704
		0,7	3,009
		0,5	3,093
	ψ=-0,75	1,0	2,927
		0,7	3,009
	~	0,5	3,093
	ψ=-1,00	1,0	2,752
		0,7	3,063
		0,5	3,149

Tabl.	9.	Wartości	współczynnika	$C_1$	obciążeń	węzłowych
-------	----	----------	---------------	-------	----------	-----------

Warunki obciążenia i podparcia	Wykres momentów zginających	kz	C <sub>1</sub>
		1,0	1,132
		0,5	0,972
		1,0	1,285
		0,5	0,712
		1,0	1,365
		0,5	1,070
		1,0	1,565
		0,5	0,938
		1,0	1,046
	A	0,5	1,010

Tabl. 10. Wartości współczynnika  $C_1$  obciążeń przęsłowych

Jeśli takie elementy są stabilizowane punktowo w kierunku bocznym o rozstawie  $L_c$ , to można uznać, iż nie są one narażone na zwichrzenie, gdy spełniony jest warunek

$$\overline{\lambda}_{f} = \frac{k_{c}L_{c}}{i_{f,z}\lambda_{1}} \le \overline{\lambda}_{c0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}, \qquad (47)$$

gdzie:

 $M_{y,Ed}$  – maksymalny obliczeniowy moment zginający między stężeniami,

 $M_{c,Rd} = W_y f_y / \gamma_{M1}$  – nośność obliczeniowa przekroju na zginanie,

 $k_c$ – współczynnik poprawkowy według tabl. 8,

 $i_{f,z}$  – promień bezwładności przekroju pasa zastępczego, składający się z pasa ściskanego i 1/3 ściskanej części środnika, względem osi z-z przekroju,

 $\overline{\lambda}_{c,0}~$ – smukłość graniczna pasa zastępczego, jak wyżej,

 $\lambda_1$  – smukłość graniczna przy osiągnięciu przez siłę krytyczną charakterystycznej wartości nośności przekroju, którą oblicza się ze wzoru

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93.9\varepsilon , \qquad (48)$$

 $\varepsilon$  – parametr wg (10).

Obliczeniowa nośność z warunku zwichrzenia elementów niestężonych w kierunku bocznym  $M_{b,Rd}$  jest funkcją smukłości względnej  $\overline{\lambda}_{LT}$  pręta, która zależy od:

- warunków zamocowania pręta na podporach (sztywności na obrót i spaczenie rys. 23),
- miejsca przyłożenia obciążenia zewnętrznego (do strefy: ściskanej, rozciąganej),
- odległości między więzami ograniczającymi przemieszczenie poziome,
- sztywności giętnej w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku przyłożenia obciążenia EJ<sub>z</sub>,
- sztywności skrętnej przekroju GJ<sub>T</sub>,
- kształtu wykresu momentów zginających na długości pręta.

Nośność belki na zwichrzenie zależy w sposób istotny od sztywności na obrót – rys. 23a i spaczenie – rys. 23b zamocowania jej na podporach. Na rys. 23e pokazano przegubowe oparcie belki na słupie, w którym przekrój podporowy ma swobodę obrotu na podporze (gdyż brak jest więzi ograniczających skręcenie przekroju podporowego).





Rys. 23. Przykłady przegubowego (a) i widełkowego (b, c, d) połączenia belki z podporą

W rozwiązaniu pokazanym na rys. 23f występuje sztywne zamocowanie belki w słupie (połączenie spawane). Tym przypadku obrót przekroju podporowego jest ograniczony, co znacznie zwiększa obciążenie krytyczne zwichrzenia belki (w porównaniu z wg rys. 23e).

Jeśli jest to możliwe, to belkę podatną na zwichrzenia należy podpierać tak, aby na podporach nie występowało skręcanie. Takie podparcie belki, o schemacie pokazanym rys. 23a, nazywa się widełkowym. Jest ono charakteryzowane przez:

- nieprzesuwne podparcie poprzeczne,

- brak swobody obrotu względem osi podłużnej,

- swoboda obrotu w płaszczyźnie zginania.

Podparcie widełkowe uzyskuje się przez sztywne połączenie belki ze słupem (rys. 23f), przytrzymanie pasa ściskanego belki w kierunku poziomym (np. na rys. 23c – prętem, który jest zakotwiony w murze) lub odpowiednio rozbudowaną w kierunku pasa dolnego podporą (usztywnioną żebrami), zamocowaną w podłożu kotwami (rys. 23d).

W rozwiązaniach na rys. 23c i d przekrój końcowy belki ma swobodę paczenia się (rys. 23b). Uniemożliwienie takiej deformacji końca belki uzyskano w rozwiązaniu na rys. 23f, gdzie belka jest połączona z użebrowanym słupem. Zwiększa to w sposób istotny nośność ustroju na zwichrzenie. Mniejszą nośność niż na rys. 23f ma konstrukcja z częściowo ograniczonym paczeniem końca belki (rys. 23g), gdzie ona jest połączona z nieużebrowanym słupem i możliwa jest deformacja przekroju.

Na rys. 24 pokazano wpływ miejsca przyłożenia obciążenia na nośność krytyczną zwichrzenia pręta.



Rys. 24. Wytężenie zwichrzonej belki obciążonej w pasie: a) - górnym, b) - dolnym

Zwichrzenie belki powoduje m.in. jej przemieszczenie poziome. Obciążenie przyłożone do górnego pasa tak zdeformowanej belki działa wówczas na mimośrodzie względem środka ciężkości przekroju (rys. 24a) i powstaje dodatkowe jej skręcanie momentem  $M_s = Pe$ . Zwiększa to wytężenie ustroju, gdyż kąty obrotu od zwichrzenia i od dodatkowego skręcenia są zgodne, – co w konsekwencji zmniejsza jego obciążenie krytyczne. W przypadku pokazanym na rys. 24b obciążenie jest przyłożone do pasa dolnego i w zwichrzonej belce, moment skręcający  $M_s = Pe$  (ma zwrot przeciwny niż wg rys. 24a). Powoduje to zmniejszenie jej wytężenia, a więc wzrost nośności krytycznej ustroju.

Jednym z podstawowych parametrów wpływających na nośność belki z warunku zwichrzenia jest jej smukłość. Smukłość względna pręta na zwichrzenie  $\overline{\lambda}_{LT}$  jest między innymi funkcją jego długości między więzami ograniczającymi boczne (poziome) przemieszczenie, tj. długości fali wyboczeniowej ustroju. Nośność belki maleje ze wzrostem smukłości względnej  $\overline{\lambda}_{LT}$ , a więc ze wzrostem długości jej fali wyboczeniowej.

Na rys. 25 pokazano wpływ rozmieszczenia więzi ograniczających obrót lub przemieszczenia poziome, na postać wygięcia prętów zginanych, a więc na obciążenie krytyczne zwichrzenia.



Rys. 25. Punktowe zabezpieczenie belki przed zwichrzeniem: a+d – schematy statyczne ustrojów z różną liczbą podparć bocznych, e+g – przykłady rozwiązań konstrukcyjnych

Zginana belka wg schematu na rys. 25a ma swobodę poziomego przemieszczenia się i długość, na której powstaje jej fala wyboczeniowa  $l_1 = l$  (podpory skrajne są jedynymi więziami ograniczającymi przemieszczenia). Obliczeniową nośność krytyczną tego pręta z warunku zwichrzenia  $M_{Rcr,1}$  należy wyznaczyć dla  $l_1 = l$ . Zastosowanie dodatkowej więzi pośredniej jak na rys. 25b skraca długość fali wyboczeniowej tego ustroju  $l_1 = 0,5l$  (powstają dwie fale wyboczeniowe). Zwiększa to nośność konstrukcji z warunku zwichrzenia  $M_{Rcr,2}$ , gdyż wyznacza się ją dla długości  $l_1 = 0,5l$ . W sytuacji pokazanej na rys. 25c powstają trzy fale wyboczeniowe o długościach  $l_1 = l/3$  i nośność ustroju z warunku zwichrzenia  $M_{Rcr,3}$  oblicza się dla  $l_1 = l/3$ .

Zagęszczenie rozstawu więzi uniemożliwiających przemieszczanie się ustroju w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny działającego obciążenia zginającego (skraca się długości wyboczeniowe), a więc zwiększa obciążenie krytyczne zwichrzenia. Nośności analizowanych belek (rys. 25a, b c) na zwichrzenie spełniają nierówność  $M_{Rcr,3} \ge M_{Rcr,2} \ge M_{Rcr,1}$ . Przy odpowiednim rozstawie tych więzi (rys. 25d) zwichrzenie nie nastąpi.

Rolę więzi *Wi*, zabezpieczających przed zwichrzeniem mogą spełniać belki *W*1 (rys. 25e), stężenia kratowe *W*2 (rys. 25f), ściągi *W*3 (rys. 25g). Należy zaznaczyć, że więzi *Wi* spełniają swoje zadanie konstrukcyjne, gdy skutecznie ograniczają przemieszczenia poprzeczne do płaszczyzny głównej zginania (patrz rys. 25e – zastosowano dodatkową blachę poz. 1 łączącą belkę *B*1 z belką *W*1). Więzi *Wi*, nazywane tężnikami lub stężeniami winny zabezpieczać zginaną belkę przed przemieszczaniem bocznym oraz obrotem.

W konstruowaniu zabezpieczeń przed zwichrzeniem ustroju należy pamiętać o potrzebie ograniczenia przemieszczeń i obrotów przede wszystkim strefy ściskanej przekroju belki.

Na rys. 26 pokazano zabezpieczenie przed zwichrzeniem rygla pełnościennego R ramy portalowej, w strefie ujemnych momentów zginających (patrz rys. 26a). W części środkowej rygla R występują momenty dodatnie. Płatwie P, połączone konstrukcyjnie z ryglem R, są punktowym przytrzymaniem jego ściskanego górnego pasa. W części przysłupowej rygla występują ujemne momenty zginające i ściskany jest jego pas dolny. Wówczas płatwie P przytrzymują rozciągany pas górny i stanowią zabezpieczenia rygla R przed zwichrzeniem, gdyż ściskany pas dolny ma swobodę przemieszczeń. W takiej sytuacji, ograniczenie przemieszczeń i obrotu ściskanego pasa dolnego można uzyskać przy pomocy zastrzałów Z, łączących pas dolny rygla R z płatwiami P (rys. 26c).



Rys. 26. Przykład punktowego zabezpieczenia przed zwichrzeniem rygla ramy w strefie ujemnych momentów zginających: *R* – rygiel pełnościenny, *P* – płatew, *Z* – zastrzał

Projektując elementy zginane powinno się uwzględnić ich współdziałanie z układami stężającymi. Ich zadaniem konstrukcyjnym jest skuteczne przeciwdziałanie utracie stateczności ogólnej (wyboczeniu lub zwichrzeniu) i obniżeniu nośności rozumianej jako giętny lub giętno-skrętny mechanizm zniszczenia ustroju. Rolę elementów stężających, skutecznie przeciwdziałających tym formom niestateczności, mogą spełniać elementy tarczowe (rys. 27, 28) tarczowo-prętowe, trwale połączone z podpieranymi elementami konstrukcyjnymi, lub stężenia boczne i/lub przeciwskrętne, dyskretnie zlokalizowane na długości elementów podpieranych.



Rys. 27. Przykłady konstrukcji ciągłego zabezpieczenia belki przed zwichrzeniem: B – belka stalowa, PF – blacha fałdowa, PS – płyta stalowa, PZ – płyta żelbetowa, LB – łącznik lekkiej obudowy stalowej, LZ – łącznik zespalający belkę z płytą żelbetową

Na rys. 27 pokazano przykłady rozwiązań konstrukcyjnych zginanych belek zabezpieczonych przed zwichrzeniem: przez zespolenie strefy ściskanej belki *B* z płytą żelbetową *PŻ* (rys. 27c – belkę *B* wyposażono łączniki zespalające lub wg rys. 27d – belkę *B* obetonowano), połączenie konstrukcyjne (minimum w co drugiej fałdzie łącznikami *LB*) płyty z blachy fałdowej *PF* z belką *B* (rys. 27a), połączenie spoiną dostatecznie sztywnej płyty stalowej *PS* z belką *B* (rys. 27b).

Wymagania dotyczące sztywności postaciowej *S* (na jednostkę długości belki), ciągłego stężenia bocznego i sztywności obrotowej  $C_{\vartheta,k}$  stężenia przeciwskrętnego poszycia z blach fałdowych (rys. 28), skutecznie przeciwdziałającego możliwości zwichrzenia belek, podano w Załączniku BB 2.1 oraz Załączniku BB 2.2 do PN-EN 1993-1-1.



Rys. 28. Ciągłe stężenie boczne z blachy fałdowej zespolonej łącznikami mechanicznymi z belką dwuteową: a) - model fizyczny, b) – model obliczeniowy

Belkę połączoną z blachą fałdową można uważać za stężoną w kierunku bocznym (rys. 28), jeśli spełniony jest warunek

$$S \ge \left( EI_{w} \frac{\pi^{2}}{L^{2}} + GI_{T} + EI_{z} \frac{\pi^{2}h^{2}}{4L^{2}} \right) \frac{70}{h^{2}},$$
(49)

gdzie:

- S sztywność postaciowa (na jednostkę długości belki) poszycia z blachy fałdowej połączonej z belką w każdej fałdzie,
- $I_w$  wycinkowy moment bezwładności przekroju belki,
- $I_T$  moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym belki,
- $\boldsymbol{I}_z$  moment bezwładności względem osi bezwładności przekroju belkiz-z ,
- L, h długość i wysokość belki.

Jeśli blacha fałdowa jest połączona z belką w co drugiej fałdzie, to zamiast S przyjmuje się 0,2S. Sztywność postaciową S poszycia z blachy fałdowej połączonej z belką w każdej fałdzie, po obu stronach zakładki i na obu brzegach można obliczać ze wzoru

$$S = 1000\sqrt{t^3} \left( 50 + 10\sqrt[3]{b_{roof}} \right) \frac{s}{h_w} \quad [N],$$
 (50)

gdzie:

t – obliczeniowa grubość blachy fałdowej poszycia [mm],

b<sub>roof</sub> – szerokość tarczy stężającej [mm],

s – rozpiętość tarczy stężającej [mm],

 $h_w$  – wysokość profilu poszycia [mm].

Belkę można uważać za skutecznie stężoną przeciwskrętnie, gdy spełniony jest warunek

$$C_{\vartheta,k} > \frac{M_{pl,k}^2}{EI_z} K_{\vartheta} K_{\nu}, \qquad (51)$$

gdzie:

 $C_{\vartheta,k}$  – sztywność obrotowa (na jednostkę długości belki), której pas jest gęsto połączony z ciągłym poszyciem,

 $K_{\nu} = 0.35 - w$  przypadku analizy sprężystej,

 $K_v = 1,00 - w$  przypadku analizy plastycznej,

 $M_{pl,k}$  – wartość charakterystyczna nośności plastycznej belki przy zginaniu.

W miejscach przegubów plastycznych, które powstają w trakcie redystrybucji momentów zginających, a przed osiągnięciem nośności granicznej układu, przekroje poprzeczne powinny być skutecznie stabilizowane stężeniami. Powinny one być zdolne do przeniesienia sił bocznych i momentów skręcających towarzyszących plastycznemu odkształceniu elementu. Skuteczną stabilizację elementu w przypadku:

- zginania lub zginania z siłą podłużną przez usztywnienie obu pasów można zrealizować za pomocą bocznego stężenia pasa ściskanego i stężenia przeciwskrętnego, zapobiegającemu bocznemu przemieszczeniu się (np. stosując zastrzały jak na rys. 26c),
- zginania lub zginania z rozciągającą siłą podłużną, gdy pas ściskany przylega do płyty stropowej, uzyskuje się za pomocą przeciwskrętnego stężenia pasa ściskanego (np. przez połączenie pasa z płytą jak na rys. 27c); w przypadku przekroju dwuteowego (I i

H) należy zapobiegać dystorsji przekroju w miejscach przegubów plastycznych (np. za pomocą żeber usztywniających środnik i pas ściskany).

W miejscach przegubów plastycznych każdy element pośredni (np. zastrzał) oraz jego połączenie z pasem ściskanym (np. połączenie śrubowe) powinny być zwymiarowane na lokalną siłę działającą w płaszczyźnie pasa prostopadle do środnika. Jej wartość należy przyjmować nie mniejszą od 2,5% siły podłużnej z pominięciem innych obciążeń.

Gdy połączenie stężenia w miejscu przegubu jest utrudnione, to zaleca się realizować je w odległości nie większej niż h/2, gdzie h wysokość stężanego elementu.

Można przyjąć, że element nie jest narażony na zwichrzenie, jeśli rozstaw stężeń nie przekracza granicznej długości segmentu  $L_{stable}$ . W przepadku segmentu dwuteowego o stałym przekroju oraz  $h/t_f \leq 40\varepsilon$ , obciążonego liniowo zmiennym momentem zginającym i ewentualnie niezbyt dużą siłą podłużną, graniczną długość segmentu ustala się ze wzoru

$$L_{stable} = 35\varepsilon i_{z} \text{ gdy } 0,625 \le \psi \le 1, \tag{52}$$

$$L_{stable} = (60 - 40\psi) \varepsilon i_{z} \text{ gdy } -1 \le \psi \le 0,625,$$
(53)

gdzie:

$$\psi = \frac{M_{Ed,min}}{M_{pl,Rd}}$$
 – stosunek momentów zginających na końcach segmentu,

 $i_z$  – mniejszy promień bezwładności przekroju,

 $\varepsilon$  – parametr wg (10).

Wzór ten zachowuje ważność pod warunkiem, że element w miejscu przegubu plastycznego jest stężony zgodnie z zaleceniami w PN-EN 1993-1-1.

Rozstaw *L* dyskretnych stężeń bocznych zapobiegających zwichrzeniu w pobliżu przegubów plastycznych belek powinien spełniać warunek

$$L \leq L_{m} = \frac{38i_{z}}{\sqrt{\frac{1}{57,4} \left(\frac{N_{Ed}}{A}\right) + \frac{1}{756C_{1}} \left(\frac{W_{pl,y}^{2}}{AI_{T}}\right) \left(\frac{f_{y}}{235}\right)^{2}}},$$
(54)

gdzie:

 $N_{{\it E}{\it d}}$ – obliczeniowa siła ściskająca w elemencie,

A – pole przekroju w elemencie,

 $W_{pl,y}$  – wskaźnik oporu plastycznego,

- $I_T$  moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym,
- $f_y$  granica plastyczności stali,
- $C_1$  współczynnik uwzględniający warunki obciążenia i podparcia segmentu na końcach (można przyjmować  $C_1 = 1,0$ ).

Zwichrzenie belki można interpretować również jako wyboczenie strefy ściskanej ustroju względem osi mniejszego oporu z-z (rys. 22). Efektem stabilizującej roli strefy rozciąganej w tym zjawisku jest skręcanie wokół osi x, każdego przekroju poprzecznego, jednak niezmieniającego swojego kształtu (przekrój sztywny). W tym przypadku, o nośności przekroju decydują momenty bezwładności: na zginanie względem słabszej osi  $J_z$  i na skręcanie  $J_T$ .

Na rys. 29 pokazano przykłady przekrojów poprzecznych o różnej sztywności giętnej i giętno-skrętnej. Przekroje zamknięte (rys. 29c, d, e) o dużej sztywności giętnej  $EJ_z$  oraz skrętnej  $GJ_T$  charakteryzują się większą nośnością krytyczną zwichrzenia. Przekroje zamknięte, o małym współczynniku zniekształcania się profilu są w zasadzie niewrażliwe na utratę płaskiej postaci zginania (giętno-skrętną utratę stateczności).



Rys. 29. Przykłady przekrojów poprzecznych o różnej sztywności giętno-skrętnej

### 4. Projektowanie belek

# 4.1. Wiadomości ogólne dotyczące projektowania belek

Projektowanie budowli rozpoczyna się od kształtowania ustroju nośnego obiektu oraz elementów obudowy i wyposażenia. Przyjęte rozwiązania konstrukcyjne i materiałowe budowli muszą spełniać wymagania funkcjonalne, użytkowe (np. odporności pożarowej, dopuszczalnych ugięć, itp.) i architektoniczne. Na tym etapie projektowania konstruktor współpracuje i uzgadnia przyjęte rozwiązania z architektem oraz inżynierami, którzy projektują instalacje. Te dane wyjściowe są podstawą do określenia założeń projektowych.

Belki najczęściej są jednym z elementów nośnych obiektów budowlanych. We wstępnym etapie ich projektowania należy podjąć decyzje dotyczące ich rozwiązań konstrukcyjnych (m.in. sposobu połączenia z innymi elementami na podporach oraz na swej długości – zabezpieczenie przed zwichrzeniem). Są one podstawą do przyjęcia schematu statycznego ustroju, jego obciążeń, kształtu przekroju poprzecznego belki, a także w przypadku konstrukcji statycznie niewyznaczalnych założenie wstępnych charakterystyk sztywnościowych. Jest to koncepcyjne kształtowanie ustroju nośnego obiektu, którego celem jest m.in. identyfikacja modelu obliczeniowego projektowanej konstrukcji.

W obliczeniowej części projektowania belek można wyróżnić następujące elementy analizy statyczno-wytrzymałościowej:

- założenia projektowe,
- identyfikacja schematu statycznego,
- zestawienie oddziaływań (obciążeń stałych oraz obciążeń zmiennych),
- wyznaczenie efektów oddziaływań (obliczenie sił wewnętrznych i przemieszczeń dla najniekorzystniejszej kombinacji obciążeń stałych i zmiennych),
- założenie lub wstępne oszacowanie przekroju poprzecznego belki (wstępne przyjęcie charakterystyk geometrycznych przekroju),
- określenie klasy przekroju poprzecznego belki,
- wyznaczenie nośności przekroju belki na: zginanie  $M_{Rd}$ , oraz na ścinanie  $V_{Rd}$ ,
- obliczenie współczynnika zwichrzenia belki  $\chi_{LT}$ ,
- sprawdzenie stanu granicznego nośności (wytrzymałości) belki (SGN),
- sprawdzenie stanu granicznego użytkowalności (sztywności) belki (SGU),
- obliczenie żeber usztywniających przekrój poprzeczny (w przypadku blachownic),

- obliczenie styków warsztatowych i połączeń montażowych belek,
- obliczenie łożyska podporowego lub podparcia na murze belek.

Przedstawione elementy procedury obliczeniowej zginanych dźwigarów dotyczą przypadku ogólnego sprawdzania ich wytrzymałości (SGN) i sztywności (SGU). Nie wszystkie etapy obliczeniowe zawsze występują w analizie SGN i SGU. Równocześnie mogą wystąpić dodatkowe analizy i obliczenia, specyficzne dla projektowanej konstrukcji.

### 4.2. Obliczeniowa rozpiętość belki

Zasadniczy wpływ na wartości sił wewnętrznych i przemieszczeń belek mają ich schematy statyczne, obciążenia i rozpiętości przęseł. Ustalenie sposobu podparcia i rozpiętości ustroju jest jedną z pierwszych czynności projektowych.

Odległość między teoretycznymi punktami podparcia belki stanowi jej rozpiętość  $l_o$ . Jeśli belka jest oparta na łożyskach (rys. 30f), to rozpiętość  $l_o$  równa się odległości miedzy osiami łożysk. W sytuacji oparcia powierzchniowego za pośrednictwem podkładki (rys. 30a), lub bezpośrednio na murze bez podkładki (na podlewce cementowo-piaskowej), punkt podparcia przyjmuje się w środku szerokości blachy (podkładki) lub szerokości poduszki podlewki. Długość oparcia belki *a* (rys. 30a) w takim przypadku musi spełniać warunek

$$150 \le a \le 150 + \frac{h}{3},\tag{55}$$

gdzie h – wysokość belki. Spełnienie warunku szerokości wg (55) umożliwia przyjęcie równomiernego rozłożonego nacisku w modelu obliczeniowym oparcia belki na murze. W obliczeniach wstępnych teoretyczny punkt oparcia belki na murze można przyjmować w odległości 0,025 $l_m$ , gdzie  $l_m$  – rozpiętości w świetle muru. Tak wyznaczona teoretyczna rozpiętość belki (np. dla belki obustronnie opierającej się na murze  $l_o = 0,05l_m$ ) musi spełniać warunek

$$l_o \ge l_m + 0.5h \,. \tag{56}$$

Przykłady sposobu przyjmowania teoretycznych punktów oparcia belek i ustalania ich teoretycznych rozpiętości  $l_o$  pokazano na rys. 30, 31, 32.



Rys. 30. Przykłady przegubowych połączeń belek

# 4.3. Wyznaczenie sił wewnętrznych i przemieszczeń w belkach

Przyjęty do analizy schemat statyczny (model obliczeniowy) konstrukcji powinien odwzorowywać wszystkie istotne parametry i czynniki mające wpływ na zachowanie się ustroju tj.: obciążenia, oddziaływania, właściwości materiałowe, cechy geometryczne oraz sztywności (podatności) elementów (belek) i ich połączeń. Stopień złożoności modelu obliczeniowego powinien być uzasadniony z punktu widzenia ważności projektowanego elementu.

W ustaleniu adekwatnego schematu statycznego belki należy zwrócić szczególną uwagę na właściwe odwzorowanie jej sposobu podparcia lub połączenia z innymi elementami. Z punktu widzenia statyki wyróżnić można połączenia belek przegubowe, sztywne lub podatne.

Nominalnie przegubowe podparcie elementu to takie, które nie przenosi momentu zginającego. Rzeczywiste rozwiązania konstrukcyjne połączeń belek często nie spełniają ściśle tych założeń. Są to tzw. przeguby techniczne, przenoszące niewielkie wartości momentów zginających (np. rys. 30c, e). Za przegubowe połączenia uważa się takie, których nośność na zginanie można pominąć w analizie statycznej (globalnej wg PN-EN 1993-1-1). Takie cechy mają

54

połączenia np. oparcia belki na: murze (rys. 30a), za pośrednictwem łożyska podporowego (rys. 30f), bezpośrednio na podciągu (rys. 30b), pośrednio na podciągu z zastosowaniem żebra (rys. 30c), na głowicy słupa (rys. 30d), na wsporniku słupa (rys. 30e).

Sztywne połączenia prętów projektuje się tak, aby były one zdolne przenosić momenty zginające o wartościach nie mniejszej niż nośności belki. Według PN-EN 1993-1-1 nośność takiego połączenia na zginanie powinna być o 20% większa od nośności belki. Przykłady sztywnych połączeń belek pokazano na rys. 31. Są to: utwierdzenie belki w murze (rys. 31a), uciąglenie belek jednoprzęsłowych w ustrój wieloprzęsłowy (rys. 31b), doczołowe (rys. 31c) i zakładkowe (rys. 31d) połączenie belki ze słupem.



Rys. 31. Przykłady sztywnych połączeń belek

W tradycyjnym projektowaniu konstrukcji stalowych (których zasady opracowano jeszcze w XIX wieku) i stosowanym do tej pory, węzły i połączenia elementów ustroju modelowane są jako albo w pełni sztywne albo też w pełni przegubowe. Stosowane w praktyce połączenia nie zawsze spełniają w sposób ścisły wymagania określone w odniesieniu do węzłów idealnie sztywnych i idealnie przegubowych, a ich właściwości przybliżają się do tych ekstremalnych

wymagań. Połączenia nie spełniające kryteriów przegubowych bądź sztywnych zalicza się jako podatne. W połączeniu sztywnym pręt w węźle nie obraca się (kąt obrotu wynosi  $\alpha = 0$ ). W wyniku odkształceń elementów składowych połączenia podatnego, pręt w węźle obraca się o kąt  $\alpha \neq 0$ . Węzły podatne są zdolne przenosić momenty zginające  $M_{R,p}$  o wartościach  $0,25M_{Rd} \leq M_{R,p} \leq 1,2M_{Rd}$ . Nośność i sztywność takich połączeń należy uwzględniać w analizach statyczno-wytrzymałościowych ustroju. Przykład podatnego, doczołowego połączenia belek pokazano na rys. 32. W tym rozwiązaniu konstrukcyjnym, odkształcenia blach czołowych sprawiają, że kąt obrotu belek na podporze wynosi  $2\alpha$ .



Rys. 32. Przykład podatnego połączenia belek

Siły wewnętrzne i przemieszczenia konstrukcji należy wyznaczać metodami mechaniki budowli stosując analizę sprężystą lub analizę plastyczną (tylko w przypadku belek o przekrojach klasy 1). W powszechnie stosowanym modelu sprężystym analizy wytężenia konstrukcji przyjmuje się liniowy związek  $\sigma(\varepsilon)$  dla stali i obowiązuje zasada superpozycji wytężeń od kombinacji obciążeń (znaczy to, że można sumować siły wewnętrzne wyznaczone dla różnych schematów obciążenia belki). Sprężysty model analizy ustroju można stosować dla belek o przekrojach klasy 1, 2, 3 i 4. Siły przekrojowe i przemieszczenia (obliczone według modelu sprężystego) dla najczęściej stosowanych schematów belek statycznie wyznaczalnych i niewyznaczalnych można określić korzystając z rozwiązań zamieszczonych w literaturze przedmiotu.

W projektowaniu dwuteowych belek z kształtowników walcowanych na gorąco można wykorzystać ich nośność plastyczną i siły wewnętrzne wyznacza się wg modelu plastycznego.

Na przykład zginane dwuteowniki walcowane są zazwyczaj przekrojami klasy 1. Jeśli spełnione są odpowiednie wymagania wg PN-EN 1993-1-1 można takie konstrukcje obliczać z uwzględnieniem plastycznej redystrybucji wytężeń między przekrojami (według modelu analizy plastycznej ustroju). W przypadku konstrukcji statycznie niewyznaczalnych (np. wieloprzęsłowych belek ciągłych), można w modelu obliczeniowym dopuścić do tworzenia się kolejnych przegubów plastycznych w zginanych przekrojach, aż do zamiany ustroju w mechanizm. Wykorzystanie plastycznej rezerwy nośności takich ustrojów prętowych o przekrojach klasy 1 daje znaczące efekty ekonomiczne. Wykorzystuje się wówczas, w porównaniu z analizą sprężystą, zarówno zapasy nośności poszczególnych przekrojów poprzecznych, jak i zapasy nośności całego ustroju (siły wewnętrzne wyznacza się według analizy plastycznej, nośności przekrojów zaś z uwzględnieniem plastycznych właściwości materiału). Należy zaznaczyć, że o ile wzrost nośności plastycznej w porównaniu do spreżystej pojedynczego przekroju dwuteowego wynosi około 14%, to dla całej konstrukcji ramowej może on wynosić kilkadziesiąt procent (około 30÷40%). Obszerne omówienie zagadnień obliczeń statycznych, wymiarowania i projektowania konstrukcji z wykorzystaniem plastycznych właściwości ustroju nośnego (według teorii nośności granicznej) podano w: Antoni Biegus "Nośność graniczna stalowych konstrukcji prętowych", Wydawnictwo Naukowe PWN, Wrocław - Warszawa 1997.

Belki ciągłe zabezpieczone przed zwichrzeniem o przekroju klasy 1, można projektować z uwzględnieniem plastycznej redystrybucji momentów zginających w ustroju. Momenty zginające w belkach wyznacza się w takich ustrojach ze wzorów:

• dla obciążeń równomiernie rozłożonych: g – stałych, q – zmiennych

$$M = C_{\rho}gl^2 + C_{\rho}ql^2, \qquad (57)$$

• dla obciążeń skupionych: G – stałych, Q – zmiennych

$$M = C_G G l + C_O Q l , (58)$$

gdzie:  $C_g$ ,  $C_q$ ,  $C_G$ ,  $C_Q$  – współczynniki podane w tabl. 11.

Liczba przęseł	Rodzaj belki <sup>1)</sup>	Oznacze- nie mo- mentów	g.q A A A A A A A A A A A A A A A A A A A		↓ 1/2  G,Q ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓		G,Q G,Q		G,Q G,Q G,Q + 1/4   1/4   1/4   1/4 	
			$C_{g}$	$C_q$	$C_G$	$C_Q$	$C_G$	$C_Q$	$C_G$	$C_Q$
2	1	$egin{array}{c} M_1 \ M_B \end{array}$	0,086 0.086	0,105 -0.105	0,167 -0.167	0,198 -0.198	0,250 -0.250	0,292 -0.292	0,334	0,412
		$M_1$	0.086	0 106	0.167	0,200	0,250	0.295	0,334	0,412
	Ι	$M_R$	-0.086	-0.106	-0.167	-0.200	-0.250	-0.295	-0.334	-0.417
		$M_2$	0,039	0,086	0,083	0,150	0,084	0,217	0,166	0,334
3		$M_1$	0.096	0.111	0.188	0.213	0.278	0 308	0 375	0.437
	II	$M_B$	-0,063	-0,096	-0,125	-0,175	-0.167	-0.256	-0.250	-0.375
		$M_2$	0,063	0,096	0,125	0,175	0,167	0,256	0,250	0,375
		$M_1$	0,086	0,106	0,167	0.200	0.250	0.295	0.334	0.417
	Ι	$M_B$	-0,086	-0,106	-0,167	-0,200	-0,250	-0,295	-0,334	-0,417
		$M_2$	0,055	0,094	0,111	0,169	0,150	0,253	0,222	0,367
1		$M_C$	-0,055	-0,094	-0,111	-0,169	-0,150	-0,253	-0,222	-0,367
		$M_1$	0,096	0,110	0,188	0,212	0,278	0,306	0,375	0,436
	II	$M_B$	-0,063	-0,097	-0,125	-0,177	-0,167	-0,260	-0,250	-0,380
		$M_2$	0,063	0,097	0,125	0,177	0,167	0,260	0,250	0,380
		$M_C$	-0,063	-0,097	-0,125	-0,177	-0,167	-0,260	-0,250	-0,380
		$M_1$	0,086	0,106	0,167	0,200	0,250	0,295	0,334	0,417
		$M_B$	-0,086	-0,106	-0,167	-0,200	-0,250	-0,295	-0,334	-0,417
	1	$M_2$	0,055	0,094	0,111	0,169	0,150	0,253	0,223	0,368
		$M_C$	-0,055	-0,094	-0,111	-0,169	-0,150	-0,253	-0,223	-0,368
		<i>W</i> 13	0,070	0,102	0,139	0,189	0,184	0,272	0,277	0,401
		$M_1$	0,096	0,110	0,188	0,212	0,278	0,307	0,375	0,436
-	тт	$M_B$	-0,063	-0,097	-0,125	-0,177	-0,167	-0,260	-0,250	-0,380
5	11	$M_2$	0,063	0,097	0,125	0,177	0,167	0,260	0,250	0,380
		$\frac{M_C}{M_0}$	-0,003	-0,097	-0,125	-0,177	-0,107	-0,260	-0,250	-0,380
		1/13	0,005	0,100	0,125	0,101	0,107	0,205	0,250	0,389
		$\frac{M_1}{M_{\rm P}}$	0,086	0,100	0,167	0,200	0,250	0,295	0,334	0,417
	Ia	$M_{\rm D}$	0.051	0,100	-0,107	-0,200	-0,250	-0,295	-0,334	-0,41/
	14	$M_C$	-0.063	-0.098	-0.125	-0.179	-0.167	-0.240	-0.250	_0.385
		$M_3$	0,063	0,098	0,125	0,179	0,167	0,263	0,250	0,385
<sup>1)</sup>   A	В	C	C' B'	A'			-,	-,		
	1 4	2 🛆 3	△ <u>2'</u> △	<u>1'</u>						
				Belki						
				z przęsła wzmocni	ionymi					
					l	-				
*	<u> </u>		<u>*                                    </u>	<del>/</del>						

Tablica 11. Współczynniki do obliczeń belek ciągłych z uwzględnieniem rezerwy plastycznej

#### 4.4. Projektowanie belek walcowanych oraz kształtowanych z blach giętych na zimno

W przypadku projektowania belek walcowanych lub giętych na zimno z blach korzysta się z asortymentu gotowych wyrobów, o przekrojach ukształtowanych w hutach lub zakładach wytwórczych. Realizacja w wytwórniach konstrukcji stalowych belek z takich wyrobów jest stosunkowo prosta, gdyż sprowadza się do przecięcia kształtownika na potrzebną długość i wykonania potrzebnych otworów i wcięć. Cechy geometryczne tych kształtowników (A,  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $t_w$ ,  $t_f$ ,  $h_w$ ,  $b_w$ , itd.) są podane w tablicach do projektowania konstrukcji stalowych i katalogach producentów. Projektowanie belek z takich kształtowników sprowadza się do przyjęcia przekroju elementu, który spełnia normowe warunki stanu granicznego nośności i użytkowania, a następnie obliczenia oraz skonstruowania połączeń (lub podparcia).

Zasadniczą siłą przekrojową elementu zginanego jest moment zginający. Dlatego wstępne oszacowanie przekroju poprzecznego belki zginanej jednokierunkowo można obliczyć analizując warunek stanu granicznego nośności tj. wyznaczyć potrzebny wskaźnik zginania przekroju  $W_{pot}$ , który jest zdolny przenieść maksymalny obliczeniowy moment zginający w belce  $M_{max}$ . Potrzebny wskaźnik zginania przekroju  $W_{pot}$  oblicza się ze wzoru

$$W_{pot} = \frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} f_y / \gamma_{M1}},$$
(59)

gdzie:

 $M_{Ed}$  – maksymalny obliczeniowy moment zginający w belce (obliczony dla najniekorzystniejszej kombinacji obciążeń obliczeniowych),

 $f_v$  – granica plastyczności stali,

 $\varphi_{LT}$  – współczynnik zwichrzenia belki,

 $\gamma_{\scriptscriptstyle M1}$  – częściowy współczynnik nośności z warunku utraty stateczności.

Współczynnik zwichrzenia dla belek zabezpieczonych przed zwichrzeniem przyjmuje się  $\chi_{LT} = 1$ , w przypadku zaś dźwigarów niezabezpieczonych należy wstępnie założyć np.  $\chi_{LT} = 0.65 \div 0.80$ .

Oprócz stanu granicznego nośności musi być spełniony stan graniczny użytkowania konstrukcji, gdyż nie mogą być przekroczone graniczne ugięcia belki. Ugięcie elementu zginanego jednokierunkowo zależy m.in. od jego sztywności  $EJ_y$ . Stąd też należy oszacować potrzebny moment bezwładności belki  $J_{y,pot}$  z warunku granicznych ugięć, korzystając ze wzoru

$$J_{y,pot} > \frac{cM_{Ek}l_o^2}{Ew_{\max}},$$
(60)

gdzie:

c – współczynnik liczbowy zależny od schematu statycznego belki (np. dla belki obustronnie podpartej przegubowo i obciążonej równomiernie c = 5/384),

# $M_{E,k}$ – moment zginający obliczony dla obciążeń charakterystycznych,

 $l_o$  – teoretyczna rozpiętość belki,

E – moduł sprężystości podłużnej stali,

 $w_{\text{max}}$  – graniczne ugięcie belki wg PN-EN 1993-1-1, które podano w tabl. 1.

W sytuacji możliwości doboru alternatywnych przekrojów belek należy porównać ich miary wytrzymałościowej efektywności  $\rho$  ze wzoru (4) i ostatecznie przyjąć kształtownik, którego  $\rho$  jest największe.

Kolejnym krokiem w projektowaniu belek jest określenie klasy przekroju przyjętego kształtownika – patrz pkt. 3.2. Umożliwia to przyjęcie odpowiedniego modelu szacowania nośności przekroju na zginanie  $M_{c,Rd}$  i ścinanie  $V_{c,Rd}$ .

Belki z kształtowników walcowanych mają przekroje klasy nie mniejszej od 3. Ich obliczeniowe nośności przekroju na zginanie oblicza się ze wzoru (13).

Belki z kształtowników giętych na zimno zazwyczaj mają przekroje grubościenne klasy 3 (których obliczeniową nośność przekroju na zginanie oblicza się ze wzoru (14)) lub cienkościenne klasy 4. Obliczeniową nośność przekroju na zginanie belki klasy 4 oblicza się ze wzoru (15), przyjmując efektywne cechy geometryczne przekroju poprzecznego.

Nośności belki na ścinanie  $V_{c,Rd}$  oblicza się wg zasad omówionych w pkt. 3.5 korzystając z odpowiednich wzorów (29), (30) i (31) w zależności od klasy przekroju.

Dysponując wyznaczonymi wartościami obliczeniowych nośności przekrojów na: zginanie i ścinanie, należy określić zredukowaną (ze względu na ścinanie) nośność przekroju.

Sprawdzenie stanu granicznego nośności belki (jako całego pręta) poprzedza badanie możliwości utraty jej stateczności ogólnej, czyli zwichrzenia. Jeśli belka nie jest konstrukcyjnie zabezpieczona przed zwichrzeniem, to należy wyznaczyć współczynnik zwichrzenia  $\chi_{LT}$ . Procedury obliczeniowe wyznaczania współczynnika zwichrzenia  $\chi_{LT}$  oraz konstrukcyjnego zabezpieczenia belek przed utratą płaskiej postaci zginania podano w pkt. 3.5. Wytrzymałościowe sprawdzenie przyjętego przekroju belki, czyli analiza jej stanu granicznego nośności, przeprowadza się w zależności od sposobu jej wytężenia (zginanie jednokierunkowe lub zginanie dwukierunkowe). Korzysta się wówczas ze wzorów (6) lub (7).

Sprawdzenie sztywność belki, czyli jej stan granicznego użytkowalności, przeprowadza się korzystając ze wzorów (8) lub (9).

Jeśli nie jest spełniony stan granicznych nośności bądź użytkowalności, lub stopień wykorzystania nośności przekroju jest bardzo mały (czyli przyjęty przekrój jest za duży – rozwiązanie nieekonomiczne), należy zmienić przekrój belki i powtórzyć procedury obliczeniowe.

Po ostatecznym przyjęciu przekroju poprzecznego belki przystępuje się do sprawdzenia ewentualnego jej lokalnego wytężenia oraz projektuje się jej połączenia z innymi elementami konstrukcyjnymi i podparcia.

Na rys. 30 pokazano przykłady konstrukcji podparcia belki na: murze, podciągu i słupie.

W przypadku powierzchniowego oparcia belki na murze (za pośrednictwem tylko podlewki cementowo-piaskowej), długość oparcia belki *a* musi spełniać warunek (55). Warunek ten wynika z możliwości przyjęcia prostego modelu obliczeniowego tj. równomiernie rozłożonego wytężenia w murze pod belką (rys. 33a).



Rys. 33. Schematy obliczeniowe oparcia belki na murze za pośrednictwem podkładki

Jeśli nie może być spełniony warunek (55), to zwiększa się szerokość oparcia przez zastosowanie blachy-podkładki pod pasem dolnym belki. Podkładka ta powinna być usytuowana w odległości minimum 5 cm od lica muru (zapobiega to jego krawędziowemu wyłupywaniu się). Konstrukcję i schematy obliczeniowe oparcia belki za pośrednictwem podkładki pokazano na rys. 33. Projektowanie takiego oparcia belki rozpoczyna się od ustalenia potrzebnych wymiarów podkładki w rzucie, z warunku nieprzekroczenia wytrzymałości muru  $f_{cm}$  (która zależy od klasy cegły i marki zaprawy – należy ją ustalić wg aktualnej normy w tym zakresie). Naprężenia w murze wyznacza się ze wzoru

$$\sigma_m = \frac{P_{Ed}}{ad} \le f_{cm} \,, \tag{61}$$

gdzie:

 $P_{Ed}$  – obliczeniowa reakcja podporowa,

a – długość oparcia – długość podkładki (rys. 33),

d – szerokość oparcia – szerokość podkładki (rys. 33),

 $f_{\it cm}$ – wytrzymałość muru na ściskanie.

Grubość podkładki  $t_p$  wyznacza się analizując jej wytężenie zginające od oddziaływania pod blachą  $\sigma_m$ , w przekrojach A-A (rys. 33b) oraz B-B (rys. 33c). Dla jednostkowej szerokości ustroju obliczeniowego przyjmuje się schematy statyczne wsporników obciążonych oddziaływaniem  $\sigma_m$ . Przekroje poprzeczne wsporników są o wysokościach równych grubości podkładki  $t_p$  (w przekroju A-A) i sumie grubości podkładki  $t_p$  oraz pasa belki  $t_w$  (w przekroju B-B). Z warunku zginania podkładki w przekroju A-A

$$\sigma_{A} = \frac{M_{A}}{W_{A}} = \frac{0.5\sigma_{m}c^{2}}{1 \cdot t_{p}^{2}/6} \le \frac{f_{y}}{\gamma_{M0}},$$
(62)

można wstępnie oszacować potrzebną jej grubość

$$t'_{p} = t_{p} \ge c \sqrt{\frac{3\sigma_{m}}{f_{y} / \gamma_{M0}}} .$$
(63)

Następnie należy sprawdzić wytężenie w przekroju B-B (gdzie kończy się wyokrąglenie środnika). W tym przekroju obliczeniowym wskaźnik zginania wspornika jest sumą wskaźnika zginania podkładki oraz wskaźnika zginania pasa, a jego wytężenie wynosi

$$\sigma_B = \frac{M_B}{W_B} = \frac{0.5\sigma_m b^2}{1 \cdot t_p^2 / 6 + 1 \cdot t_w^2 / 6} \le \frac{f_y}{\gamma_{M0}}.$$
(64)

Przekształcając zależność (64) wyznacza się grubość  $t''_p$  podkładki z warunku zginania w przekroju B-B. Ostatecznie grubość podkładki przyjmuje się jako wartość

$$t_p = \max(t'_p, t''_p).$$
 (65)

Ponadto należy sprawdzić ugięcie podkładki (dla obciążeń charakterystycznych), które nie może przekraczać 1/500 długości części wspornikowej).

Na rys. 34a pokazano konstrukcję śrubowego połączenia belki walcowanej z podciągiem. Do środnika podciągu przyspawano prostokątną blachę z otworami na śruby montażowe. Aby uzyskać jednakowy poziom łączonych elementów wycięto odpowiednio pas górny i część środnika belki.

W rozwiązaniu pokazanym na rys. 34b belka jest połączona z blachownicą, której środnik jest usztywniony żebrami ( poprzecznymi blachami przyspawanymi do środnika). Do połączenia belki z blachownicą wykorzystuje się wówczas żebra, w których wierci się potrzebne otwory na śruby. W takiej sytuacji projektowej należy, w porównaniu z rozwiązaniem na rys. 34a, wyciąć dodatkowo część pasa dolnego belki.



Rys. 34. Przykłady połączeń belek z podciągami

W połączeniu na rys. 34d część górną belki odpowiednio wycięto, a środnik jej wyposażono w blachę czołową z otworami na śruby. Blacha ta służy do połączenia belki na śruby bezpośrednio do środnika podciągu (usztywnionego żebrem). Do środnika podciągu przyspawano stołeczek, ułatwiający montaż belki. Składa się on z kątownika i usztywniającego żeberka.

Konstrukcja połączeń pokazanych na rys. 34a, b, d umożliwia przenoszenie bardzo małych momentów zginających. Dlatego też można je traktować jako przegubowe. Na rys. 34c pokazano konstrukcję sztywnego połączenia belki z podciągiem. Blacha przyspawana do środnika podciągu ma otwory na śruby montażowe, które ułatwiają wstępne scalenie połączenia. Po wyregulowaniu w trakcie montażu położenia łączonych elementów, wykonuje się spawane połączenie środnika. W tym rozwiązaniu zastosowano u góry blachę uciąglającą, która jest przyspawana do pasa belki od spodu i do pasa blachownicy. Żebro blachownicy u dołu wyposażono w odpowiednią blachę poziomą (stołeczek), która służy do połączenia pasa dolnego belki. Należy zaznaczyć, że to rozwiązanie ze względów technologicznych (spawanie na montażu) nie jest preferowane. Korzystniejsze pod tym względem są połączenia śrubowe. Na rys. 35 pokazano schematy obliczeniowe połączeń belek z podciągami wg rys. 34a, b, d.



Rys. 35. Schematy obliczeniowe połączeń zakładkowych belek z podciągami

Schematy obliczeniowe wytężenia śrub pokazano na rys.  $35a \div d$ . W przekroju, w którym są usytuowane śruby (rys. 35a), reakcja podporowa względem *P* wywołuje moment zginający M = Pe i siłę poprzeczną V = P. Siła poprzeczna *V* powoduje powstanie w śrubach sił pionowych  $S_{Vi}$  (rys. 35b), moment zginający *M* wywołuje w nich siły poziome  $S_{Mi}$  (rys. 35c). Ekstremalne wartości tych sił wynoszą odpowiednio

$$S_{Vi} = \frac{V}{n} = S_{V1} = S_{V2} = S_{V3} = S_{V4} = \frac{P}{4} , \qquad (66)$$

$$S_{Mi} = M \frac{r_i}{\sum_j r_j^2} = S_{M1} = S_{M4} = M \frac{1.5c}{2(1.5c)^2 + 2(0.5c)^2} = \frac{1.5Pe}{5c} = 0.3\frac{Pe}{c}.$$

Maksymalne wytężenie wystąpi w śrubach skrajnych (nr 1 i 4 - rys. 35d) i wynosi ono

$$S_{\max} = \sqrt{S_{Vi}^2 + S_{Mi}^2} = \sqrt{S_{V4}^2 + S_{M4}^2} = P_{N} \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(0, 3\frac{c}{e}\right)^2} \le \min(F_{v,Rd}, F_{b,Rd}), \quad (68)$$

gdzie:  $F_{v,Rd}$ ,  $F_{b,Rd}$  – nośność śruby odpowiednio na ścinanie i docisk.

(67)

Blacha węzłowa, o grubości t jest połączona z środnikiem podciągu spoiną czołową. Jeśli grubość spoiny czołowej a = t, to zgodnie z PN-EN 1993-1-8 sprawdzenie wytrzymałościowe takiego połączenia spawanego nie jest wymagane.

W przypadku połączenia blachy węzłowej (rys. 35e) spoinami pachwinowymi ich wytężenie sprawdza się ze wzorów

$$\tau_{\rm II} = \frac{V}{A_{\rm w}} = \frac{P}{2ah},\tag{69}$$

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{Pe}{2\frac{ah^2}{6}},\tag{70}$$

$$\sigma_{\perp} = \tau_{\perp} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}},\tag{71}$$

$$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\tau_{\rm II}^2 + \tau_{\perp}^2)} \le \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}} \quad \text{oraz} \quad \sigma_{\perp} \le 0.9 \frac{f_u}{\gamma_{M2}}, \tag{72}$$

gdzie:

- $f_{\boldsymbol{u}}$  nominalna wytrzymałość na rozciąganie stali słabszej z łączonych części,
- $\beta_w$  współczynnik korekcyjny uwzględniający wyższe właściwości mechaniczne materiału spoiny w stosunku do materiału rodzimego; wartości współczynnika  $\beta_w$  podano w PN-EN 1993-1-8,

 $\gamma_{M2} = 1,25 - \text{współczynnik częściowy dotyczący nośności spoin.}$ 

W połączeniach zakładkowych elementów rozciąganych, zginanych i ścinanych należy sprawdzić rozerwanie blokowe. Ta forma wyczerpania nośności przekroju osłabionego otworami następuje w wyniku jednoczesnego ścięcia przekroju netto  $A_{nv}$  wzdłuż kierunku obciążenia oraz rozerwanie przekroju netto  $A_{nt}$  w poprzek kierunku obciążenia (rys. 35h÷k i 36). Modele obliczeniowe takiego połączenia środnika belki z podciągiem (lub słupem) pokazano na rys. 35h+k. W osłabionym otworami przekroju łączonego elementu, obciążonym mimośrodowo, występuje złożony stan naprężeń, wynikający z miejscowego oddziaływania łączników. Zniszczenie osłabionego otworami fragmentu S środnika rozpoczyna się od rozerwania przekroju poziomego A-A (patrz rys. 35i) na krawędzi środnika belki. Odkształcenia plastyczne, wywołane zginaniem i ścinaniem występują w przekrojach B-B i C-C. Uplastycznienie strefy ścinanej środnika powstaje również w połączeniach, w których górna półka dwuteownika nie była wycięta. W takich połączeniach w stanie granicznym następuje ścięcie przekroju B-B i rozerwanie przekroju A-A (rys. 35h+k). Zniszczeniu wskutek tzw. ścięcia blokowego w strefie otworów w pobliżu końca belki, środnika lub elementu wspornikowego można zapobiec przez odpowiedni rozstaw łączników. Ta forma zniszczenia obejmuje ścięciowe rozerwanie przekroju netto belki wzdłuż rozciąganego brzegu bloku oraz uplastycznienie przekroju wzdłuż ścinanego brzegu.



Rys. 36. Schemat rozerwania blokowego połączenia belki z podciągiem Według PN-EN 1993-1-8 obliczeniową nośność na rozerwanie blokowe przekroju osła-

bionego wyznacza się ze wzorów:

- w przypadku symetrycznej grupy śrub obciążonej osiowo

$$V_{eff,1,Rd} = \frac{f_u A_{nt}}{\gamma_{M2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{f_y A_{nv}}{\gamma_{M0}},$$
(73)

- w przypadku grupy śrub obciążonej mimośrodowo (rys. 36)

$$V_{eff,2,Rd} = \frac{0.5 f_u A_{nt}}{\gamma_{M2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{f_y A_{nv}}{\gamma_{M0}},$$
(74)

gdzie:

 $f_{\rm y}$  – granica plastyczności stali łączonego elementu,

 $f_u$  – wytrzymałość na rozciąganie stali łączonego elementu,

A<sub>nt</sub> – pole rozciąganej części przekroju netto (rys. 36),

 $A_{nv}$  – pole ścinanej części przekroju netto (rys. 36),

 $\gamma_{M\,2}$  = 1,25 – współczynnik częściowy nośności przekroju na rozerwanie

 $\gamma_{M\,0}$  = 1,00 – współczynnik częściowy nośności plastycznej przekroju.

Na rys. 37 pokazano przykłady oparcia wieloprzęsłowych belek na podporach pośrednich.

W rozwiązaniu pokazanym na rys. 37b belka opiera się na murze za pośrednictwem płyty poziomej (podkładki) i elementu łożyskowego (płytki centrującej). Środnik belki należy sprawdzić na zgniot. Szerokość współdziałania  $c_o$  ustala się przyjmując, że naprężenia docisku rozchodzą się wzdłuż promieni o nachyleniu 1:1. Wymiary w rzucie płytki centrującej  $a \times b$  dobiera się z warunku na docisk dwóch powierzchni płaskich

$$\sigma_b = \frac{P_{Ed}}{ab} \le 1,25 \frac{f_y}{\gamma_{M0}},\tag{75}$$

gdzie:

a, b – długość i szerokość płytki łożyskowej,

 $P_{Ed}$  – reakcja podpory pośredniej,

 $f_v$  – granica plastyczności stali,

 $\gamma_{M0}$  = 1,00 – współczynnik częściowy nośności plastycznej przekroju.



Rys. 37. Przykłady oparcia wieloprzęsłowych belek na podporach pośrednich

W przypadku reakcji podpór pośrednich o dużych wartościach, belki usztywnia się żebrami krótkimi (rys. 37c) lub o wysokości środnika. Stosuje się wówczas łożyska kołyskowostyczne (patrz rozdz. 5.7). Na rys. 37e pokazano śrubowy doczołowy styk montażowy w miejscu oparcia wieloprzęsłowej belki na podporze pośredniej. Styk ten powinien przenieść moment zginający nie mniejszy niż nośność belki na zginanie. W tym przypadku belki wyposażono w grube blachy czołowe, które wystają poza wysokość dwuteowej belki. U góry są one usztywnione żebrem (które ogranicza odkształcenie blach czołowych). Dolna część blach czołowych spełnia rolę elementu centrującego. Nośność tego połączenia doczołowego sprawdza się wg zasad przedstawionych w PN-EN 1993-1-8.

Z kolei na rys. 37d pokazano śrubowy, doczołowy styk montażowy w miejscu oparcia wieloprzęsłowej belki na podporze pośredniej, który nie przenosi momentu zginającego. W tym przypadku stosuje się znacznie cieńsze blachy czołowe.

Przykład przegubowego oparcia belki na głowicy słupa, za pośrednictwem płytki centrującej, pokazano na rys. 30d.

Na rys. 38a pokazano przykład przegubowego połączenia belki do słupa. Na poziomie półki dolnej belki znajduje się przyspawany do słupa stołeczek montażowy. Belka opiera się na stołeczku montażowym. Środnik belki wyposażono w blachę czołową z czterema otworami na śruby. Pas słupa łączy się na cztery śruby z blachą czołową belki. W podobnym rozwiązaniu na rys. 38b zastosowano stołeczek (z kątownika usztywnionego żebrem) oraz kątownik który służy do połączenia na śruby środnika belki z pasem słupa.

Sztywne, doczołowe połączenie belki ze słupem pokazano na rys. 38c. Ten śrubowy styk montażowy powinien przenosić moment zginający nie mniejszy niż nośność belki na zginanie. Belkę wyposażono w grubą blachę czołową, która wystaje poza wysokość dwuteownika. Jest ona u góry usztywniona żebrem (które ogranicza odkształcenie blachy czołowej). Dolna krawędź blachy czołowej opiera się na stołeczku montażowym, przyspawanym do słupa. Na wysokości pasów belki, środniki słupa są usztywnione żebrami.

W rozwiązaniu na rys. 38d belka opiera się na słupie i jest z nim połączona w sposób sztywny. Usztywniona żebrami blacha pozioma głowicy słupa jest połączona na śruby z pasem dolnym belki. W osiach pasów słupa, środniki belki są usztywnione żebrami.



Rys. 38. Przykłady przegubowych (a, b) i sztywnych (c, d) połączeń belek ze słupami

Rozwiązania konstrukcyjne przegubów w belkach wieloprzęsłowych (gerberowskich) pokazano na rys. 39b i c. W tych rozwiązaniach zapewniono stosunkowo dokładne odwzorowanie schematu statycznego ustroju (rys. 39a) tj. możliwość nieskrępowanego obrotu belek w połączeniu (M = 0). To połączenie przenosi tylko siłę poprzeczną V. W połączeniu na rys. 39b zastosowano 2 blachy przykręcone na śruby do belki lewej. Służą one do połączenia belki prawej na jedną śrubę (lub trzpień) o dużej średnicy, która umożliwia swobodny obrót belek w styku. W styku na rys. 39c końce belek wyposażono w blachy poziome usztywnione pionowymi żebrami. Blachy te tworzą rodzaj stołeczków za pośrednictwem, których jest przekazywana siła poprzeczna V.



Rys. 39. Rozwiązania konstrukcyjne przegubów w belkach wieloprzęsłowych

# 5. Projektowanie blachownic

# 5.1. Wprowadzenie

W przypadku małych i średnich (do 12 m) rozpiętości przęseł belek lub rygli ram na ich przekroje poprzeczne stosuje się kształtowniki walcowane na gorąco lub gięte na zimno z blach. Korzysta się wówczas z asortymentu znormalizowanych kształtowników, a ich wyko-nawstwo warsztatowe sprowadza się tylko do wykonania styków montażowych. Wadą takich rozwiązań jest nie zawsze w pełni wykorzystana nośność ich przekrojów poprzecznych.

Blachownicami nazywa się takie ustroje prętowe (obciążone poprzecznie), których przekrój poprzeczny został ukształtowany w wytwórni z elementów walcowanych (blach, kształtowników) połączonych spoinami, nitami lub śrubami. Obecnie projektuje się przeważnie blachownice spawane, o przekrojach dwuteowych lub skrzynkowych (rys. 12 b÷e). Składają się one ze środnika (w przypadku przekroju skrzynkowego – z dwóch środników) oraz dwóch pasów. Pasy ze środnikami są połączone spoinami pachwinowymi lub czołowymi. W konstrukcjach istniejących spotyka się również blachownice nitowane, w których blachy pasów są połączone ze środnikiem za pośrednictwem nitów i kątowników pasowych.

Blachownice mogą być projektowane indywidualnie lub dobierane z katalogu producenta jako gotowe wyroby fabryczne, spawane na zmechanizowanych liniach produkcyjnych. Blachownice wykonuje się na ogół z jednego gatunku stali (przekroje homogeniczne), ale stosuje się również przekroje hybrydowe (o pasach ze stali ze zwiększonej wytrzymałości (rys. 13).

W porównaniu z belkami z kształtowników o przekrojach walcowanych na gorąco lub giętych na zimno, blachownice są bardziej pracochłonne. Ich stosowanie jest ekonomicznie uzasadnione dla większych rozpiętości przęseł belek lub ram (rzędu  $l_o > 12 m$ ), a także, gdy na ustrój o mniejszej rozpiętości działają duże obciążenia poprzeczne.

Indywidualne kształtowanie przekroju poprzecznego blachownic umożliwia realizację zaleceń optymalizacji zarówno, co do kształtu przekroju poprzecznego ("grube" pasy połączone "cienkim środnikiem") jak i zmian jego przekroju poprzecznego na długości dźwigara – stosownie do wytężeń konstrukcji.

Dźwigary z kształtowników walcowanych mają na całej swej długości jednakowy przekrój poprzeczny A = const., wskaźnik zginania  $W_y = \text{const.}$  i moment bezwładności  $J_y = \text{const.}$ W sensie wytrzymałościowym ich przekrój jest optymalnie wykorzystany tylko na krótkim odcinku, w sąsiedztwie przekroju, gdzie występują ekstremalne momenty zginające  $M_{Ed,\text{max}}$ . Ustroje blachownicowe projektuje się realizując postulat ekonomiczności konstrukcji dobierając i zmieniając ich przekroje poprzeczne adekwatnie do wartości sił wewnętrznych. Zmieniająca się na długości elementu nośność na zginanie  $M_{Rd} = M_{Rd}(x)$ , "wpisuje" się w zmienne na długości wytężenie momentem zginającym  $M_{Ed} = M_{Ed}(x)$ , co pokazano na rys. 40.


Rys. 40. Porównanie wykorzystania nośności belek o stałej i zmiennej na długości wytrzymałości

Na rys. 40a pokazano wykres momentów zginających M(x) w belce jednoprzęsłowej, podpartej przegubowo, o rozpiętości l, obciążonej w środku siłą skupioną P. W przedziale 0 < x < 0.5l moment zginający wynosi

$$M(x) = 0,5Px.$$
 (76)

W przypadku zastosowania na przekroju belki dwuteownika walcowanego o wskaźniku zginania, który nie zmienia się na długości ustroju W = W(x) = const., nośność przekroju na zginanie wynosi

$$M_R(x) = M_R = W \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \text{const}.$$
 (77)

gdzie:

W – wskaźnik zginania,

 $f_y$  – granica plastyczności stali,

 $\gamma_{M\,0}$  = 1,00 – współczynnik częściowy nośności plastycznej przekroju.

Nośność belki na zginanie  $M_R(x)$  jest stała na jej długości, co pokazano na rys. 40a (linia pozioma). Obszar między obwiednią momentów zginających belki od obciążeń zewnętrznych M(x), a jej nośnością na zginanie  $M_R(x)$  jest potencjalnie niewykorzystaną wytrzymałością konstrukcji. W tym przypadku wynosi ona ponad 50% nośności belki z dwuteownika walcowanego na gorąco.

Na rys. 40b pokazano rozwiązanie alternatywne analizowanego ustroju w postaci blachownicy. Zastosowano dźwigar o przekroju dwuteowym, którego wysokość h(x) zmienia się na długości blachownicy. W tym przypadku wskaźnik zginania nie jest stały na długości belki  $W(x) \neq$  const. W związku z tym nośność na zginanie blachownicy zmienia się na długości i wynosi

$$M_R(x) = M_R = W \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \neq \text{const.}, \qquad (78)$$

(oznaczenia jak w (73)).

Wykres nośności na zginanie belki blachownicowej o zmiennej wysokości h(x), przedstawia rys. 40b linia łamana. W tym przypadku obszar między obwiednią momentów zginających od obciążeń zewnętrznych M(x) i nośnością blachownicy  $M_R(x)$  jest zdecydowanie mniejszy niż w przypadku wg rys. 40a (nośność blachownicy jest lepiej wykorzystana).

Zmiany przekroju poprzecznego (a więc i nośności) blachownicy mają na celu optymalne, adekwatne do wytężenia rozmieszczenie materiału na długości konstrukcji. Określa się je jako podłużne (wzdłuż osi podłużnej ustroju) kształtowanie blachownicy. Czynność ta ma na celu "wpisanie" się nośnością blachownicy w zmieniające się jej wytężenie, co w konsekwencji prowadzi do znaczących oszczędności materiałowych konstrukcji. Jest sprawą oczywistą, że blachownice są bardziej pracochłonne niż ustroje z kształtowników walcowanych na gorąco lub giętych na zimno. Jednak w przypadku rozpiętości większych niż 12 m zyski z oszczędności stali są większe niż zwiększone koszty wykonawstwa warsztatowego blachownic.

Projektowanie blachownic rozpoczyna się od doboru jej optymalnego przekroju poprzecznego (kształtowanie poprzeczne), a następnie ewentualnych zmian przekroju wzdłuż osi podłużnej ustroju (kształtowanie podłużne).

Na rys. 41 pokazano przykłady przekrojów poprzecznych blachownic. Najczęściej stosuje się blachownice o przekroju dwuteowym, spawanym z blach (rys. 41a). Blachownice o przekroju skrzynkowym mogą mieć pasy z blach (rys. 41b) lub ceowników (rys. 41d). Na rys. 41c pokazano blachownicę skonstruowaną z kształtownika walcowanego na gorąco, w którym zwiększono wysokość środnika. W zależności od wytężenia blachownice mogą mieć przekroje bisymetryczne lub monosymetryczne (rys. 41e). Pasami blachownicy na rys. 41f są ceowniki walcowane. W rozwiązaniach pokazanych na rys. 41i i h dwuteowe dźwigary walcowane wzmocnione odpowiednio kątownikami lub blachą nakładką, przyspawanymi do pasów.



Rys. 41. Przykłady przekrojów poprzecznych blachownic

W istniejących konstrukcjach spotyka się blachownice nitowane. Wówczas blachy pasów ze środnikami są połączone z zastosowaniem kątowników (rys. 41j). Rozwiązanie pokazane na rys. 41i, w którym część pasową blachownicy stanowią kątowniki i blacha pozioma jest zalecane w sytuacji potrzeby zastosowania szerokich "sztywnych" pasów. W podsumowaniu należy stwierdzić, że najszersze zastosowanie znajdują blachownice o dwuteowych przekrojach spawanych z blach (rys. 41a).

Na podstawie analiz dobrze ukształtowanych dźwigarów proponuje się przyjmować optymalną (z warunku minimum masy ustroju) wysokość blachownicy ze wzoru

$$h = 1.15\sqrt{W/t_w},\tag{79}$$

gdzie:

tw – grubość środnika,

W – potrzebny wskaźnik wytrzymałości przekroju,

$$W = \frac{M_{Ed,\max}}{f_y / \gamma_{M0}},\tag{80}$$

w którym:

 $M_{Ed,max}$  – maksymalny moment zginający w blachownicy,

 $f_v$  – granica plastyczności stali,

 $\gamma_{M\,0}$  = 1,00 – współczynnik częściowy nośności plastycznej przekroju.

W przypadku blachownic jednoprzęsłowych swobodnie podpartych można też oszacować wysokość blachownicy ze wzoru

$$h = \left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{12}\right) L, \qquad (81)$$

gdzie: L – rozpiętość blachownicy.

Według zaleceń literaturowych, dla klasycznych blachownic najmniejszą grubość środnika chronionego przed wpływami atmosferycznymi przyjmuje się  $t_w = 6 \text{ mm}$ , a w blachownicach niezabezpieczonych  $t_w = 7 \text{ mm}$  (w przypadku stali trudno rdzewiejących można przyjąć mniejsze grubości środników).

Stosunek wysokości środnika do jego grubości powinien wynosić 90÷150. Dobór grubości środnika powinien być analizowany w aspekcie smukłości tej części składowej przekroju, gdyż przyjęcie cienkiego środnika może wymagać zastosowania żeber usztywniających.

Szerokość pasów blachownic przyjmuje się orientacyjnie jako  $b_f \cong 0,25h$ . Zaleca się przyjmować grubości pasa  $t_f$  o smukłości, która umożliwi zaliczanie tej ścianki blachownicy do klasy co najmniej 3.

Przekroje blachownic skrzynkowych należy kształtować przyjmując mniejszą wysokość środników i większą szerokość pasów w porównaniu do blachownic dwuteowych.

Problem doboru optymalnego kształtu przekroju poprzecznego blachownicy komplikują dwa przeciwstawne kryteria. W celu zwiększenia nośności dwuteowego przekroju jego pasy powinny być rozstawione na dużą odległość od osi obojętnej. Sprawia to, że środniki takich dźwigarów są smukłe (w klasie 4) i należy je usztywnić żebrami, co wiąże się ze zwiększoną pracochłonnością.

Przedstawione zalecenia ukształtowania geometrii przekroju poprzecznego dotyczą klasycznych blachownic wykonanych ze stali niestopowych (np. S235). Zastosowanie stali stopowych o wyższej wytrzymałości (np. S355) pozwala znacznie obniżyć wysokość *h* dwuteowych rygli blachownicowych, która wynosi  $h = (1/20 \div 1/30)L$ , gdzie L – rozpiętość przęsła ramy. Podstawowym warunkiem uzyskania małego zużycia stali na konstrukcję pełnościennych ram blachownicowych jest właściwe dobranie wysokości jej dwuteowych kształtowników. Należy zwrócić uwagę, iż we współcześnie projektowanych obiektach pomimo stosowania bardzo smukłych środników ( $b_w/t_w = 120 \div 130$ ), ich udział w wartości pola przekroju poprzecznego jest duży (wynosi około 40÷60%) przy niewielkim przecież udziale w przenoszeniu momentu zginającego, który wynosi około 8÷15%. Stąd też ostatnio coraz częściej stosuje się środniki z blach o grubości 4÷6 mm.

Poszukiwanie ekonomicznych rozwiązań dźwigarów bez żeber poprzecznych, doprowadziło do zastosowania dwuteowników spawanych automatycznie z faliście profilowanym środnikiem i pasami z blachy płaskiej (rys. 12e i 42). Zakres wymiarów takich dźwigarów produkowanych w Polsce wynosi:  $h = 500 \div 1500$  mm,  $b = 200 \div 450$  mm,  $t_w = 2 \div 3$  mm,  $t_f = 10 \div 30$  mm. Falisty środnik z cienkiej blachy (o grubości 2÷3 mm) zapewnia stateczność miejscową i zmniejsza ciężar belki w stosunku do rozwiązań tradycyjnych. Blachownice takie należy stosować w obiektach obciążonych statycznie.

Zysk na zaoszczędzonej masie materiału związany ze schodkową zmianą przekroju poprzecznego blachownicy jest częściowo niwelowany zwiększonymi kosztami wykonawstwa konstrukcji. Dlatego też, oprócz blachownic projektowanych indywidualnie stosuje się rygle dobierane z katalogów producenta jako gotowe wyroby fabryczne. Blachownice takie są spawane automatycznie na zmechanizowanych liniach produkcyjnych. Wykonuje się je z jednego gatunku stali (przekroje homogeniczne) jak również o przekrojach hybrydowych (z dwóch gatunków stali). Dźwigary hybrydowe mają pasy ze stali o większej wytrzymałości (np. S355) niż stal zastosowana na środniki (np. S235). M.in. w Polsce są produkowane blachownice IKS oraz IKSH o parametrach geometrycznych (wg rys. 40a):  $h = 600 \div 2000$  mm ,  $t_w = 7 \div 14$  mm ,  $b_f = 200 \div 500$  mm ,  $t_f = t_f = 8 \div 26$  mm . Dwuteowniki IKS o przekrojach homogenicznych wykonuje się ze stali S235 i S355. Dwuteowniki o przekrojach hybrydowych mają środniki ze stali S235 i pasy ze stali niskostopowej o podwyższonej wytrzymałości np. S355.



Rys. 42. Blachownica ze środnikiem falistym

Ostateczny dobór przekroju poprzecznego blachownicy powinien być poprzedzony analizą alternatywnych rozwiązań (np. o różnych grubościach i szerokościach pasów i wysokości środnika dźwigarów dwuteowych). W analizie tej należy wziąć pod uwagę kryterium maksymalnej nośności przy minimalnym ciężarze blachownicy (4) oraz względy konstrukcyjne (np. możliwość zmian nośności konstrukcji na jej długości) lub technologicznych (np. konieczność stosowania żeber poprzecznych).

## 5.2. Kształtowanie poprzeczne i podłużne blachownic

Kształtowanie podłużne, a więc zmianę nośności przekroju blachownicy na zginanie  $M_R(x)$  można uzyskać kilkoma sposobami. Najczęściej zmienia się pole powierzchni przekroju w wyniku zmiany grubości pasa  $t_f$  przy niezmiennej jego szerokości  $b_f$  (rys. 43b) lub stałej grubości pasa  $t_f$  oraz zmieniającej się skokowo ( rys. 43c) lub liniowo ( rys. 43d) szerokości  $b_f$ , a także stosując wzmocnienie dodatkową blachą-nakładką (rys. 41h). Zmienną nośność ustroju można otrzymać zwiększając wysokość środnika  $h_w$  (rys. 43e), lub jego grubość  $t_w$  (rys. 43f – gdy występują duże wytężenia ścinające). Niekiedy łącznie stosuje się przedstawione sposoby zmian nośności na długości blachownicy (rys. 43g). Z uwagi na możliwość ujednolicenia konstrukcji belek opierających się na blachownicy, najczęściej stosuje się zmiany grubości pasów blachownic.



Rys. 43. Sposoby zmian nośności elementu zginanego na jego długości

Różnicowanie pola przekroju poprzecznego na długości blachownicy ma na celu dostosowanie jej nośności do wykresu momentu zginającego w ustroju. W tym celu na wykres momentów zginających konstrukcji "nakłada" się obwiednię nośności poszczególnych przekrojów blachownicy. Miejsca zmiany przekroju wyznacza się z warunku nieprzekroczenia nośności blachownicy. W przypadku zmian grubości pasów (zazwyczaj o kilka mm) nośności przekrojów blachownicy w miejscach styków zmieniają się skokowo. Stąd też obwiednia nośności blachownicy jest wykresem schodkowym.

Sposób kształtowania podłużnego blachownicy pokazano na rys. 44. Dla tego ustroju, o schemacie belki jednoprzęsłowej podpartej przegubowo i obciążonej równomiernie obciążeniem q, moment zginający opisuje zależność

$$M(x) = 0.5qx(l_o - x), \qquad (82)$$



Rys. 44. Kształtowanie podłużne blachownicy spawanej

Założono, że przekrój blachownicy jest bisymetryczny klasy 3, o stałej wysokości h i zmiennych grubościach pasów. Nośności obliczeniowe przekrojów blachownicy, o grubościach pasów  $t_{f1} > t_{f2} > t_{f3}$  wynoszą odpowiednio

$$M_{Rd,1} = W_1 \frac{f_y}{\gamma_{M0}},$$
(83)

$$M_{Rd,2} = W_2 \frac{f_y}{\gamma_{M0}},$$
(84)

$$M_{Rd,3} = W_3 \frac{f_y}{\gamma_{M0}},$$
(85)

gdzie:  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$  – wskaźnik zginania przekrojów blachownicy odpowiednio o grubościach pasów  $t_{f1}, t_{f2}$  i  $t_{f3}$ .

Jest sprawą oczywistą, że nośność przekroju blachownicy  $M_{Rd,1}$  (o grubości pasa  $t_{f1}$ ) musi byś większa od maksymalnego momentu zginającego w środku rozpiętości analizowanego ustroju  $M_{Ed} = 0,125ql^2 < M_{Rd,1}$ . Teoretyczne miejsca zmian grubości pasów blachownicy z  $t_{f1}$  na  $t_{f2}$  oraz z  $t_{f2}$  na  $t_{f3}$  wyznaczają punkty przecięcia odpowiednio nośności przekrojów na zginanie  $M_{Rd,2}$  oraz  $M_{Rd,3}$  (linii prostych na rys. 44) z wykresem momentów zginających M(x) (parabola na rys. 44). Te punkty oznaczono na rys. 44 jako A i B i wyznaczają one miejsca zmian grubości pasów blachownicy.

Długości pasów blachownicy  $l_i$  o grubościach  $t_i$  można określić graficznie (odczytać z wykresów punkty przecięcia obwiedni momentów zginających i nośności obliczeniowych przekrojów – w sposób pokazany na rys. 44) lub wyznaczyć analitycznie, rozpatrując równowagę nośności przekroju  $M_{Rd,i}$  oraz momentu zginającego M w przekroju konstrukcji  $x = l_i$ 

$$M_{Rd,i} = M(x = l_i).$$
(86)

## 5.3. Styki warsztatowe blachownic

Połączenia elementów składowych blachownicy (pasów, środników, żeber) wykonywane w wytwórni konstrukcji stalowych nazywa się warsztatowymi. Mogą one wynikać ze względów nie tylko zmian grubości pasów, ale określonych długości handlowych blach. Połączenia realizowane w warsztacie wykonuje się jako spawane.

Bardzo często, ze względów ograniczeń gabarytów skrajni drogowych, kolejowych, a także dotyczących środków transportowych, udźwigu urządzeń montażowych itp., blachownicę w warsztacie wykonuje się w kilku częściach. W takim przypadku składa się ona z podzespołów montażowych (dogodnych w transporcie), które nazywa się elementami montażowymi. Na placu budowy są one scalane w docelowy, blachownicowy ustrój nośny. Połączenia wykonywane w trakcie realizacji na budowie nazywa się stykami montażowymi i zazwyczaj wykonuje się je na śruby, chyba że mogą być zagwarantowane dogodne warunki do wykonania połączeń spawanych.

W rozwiązaniach konstrukcyjnych styków wykonywanych w warsztacie oraz podczas montażu na budowie występują istotne różnice.



Rys. 45. Przykłady konstrukcji styków pasów rozciąganych blachownic

Styki pasów wymiaruje się na nośność cieńszego elementu. Należy je wykonywać jako prostopadłe do osi blachownicy. Ich spoiny czołowe powinny być wyprowadzone na płytki wybiegowe (zapobiegają one powstawaniu kraterów i innych wad połączenia). W sytuacji łączenia bardzo grubych pasów (większych niż 20 mm) należy wykonać spoinę czołową dwustronną. Wówczas w celu ułatwienia wykonania spoin od strony wewnętrznej pasa należy wykonać w środniku otwór o średnicy około 50 mm (rys. 45a). Umożliwia on wykonanie pełnego przetopu pasa na całej jego szerokości. Po wykonaniu styku pasa otwór ten należy wypełnić metalem spoiny.

Łącząc pasy o różnych grubościach, należy zapewnić ciągłą zmianę przekroju, stosując pochylenie nie większe niż:

- 1 : 1 w konstrukcjach obciążonych statycznie,
- 1 : 4 w konstrukcjach obciążonych dynamicznie.

Jeśli przesunięcie krawędzi czołowych jest nie większe niż grubość cieńszej blachy i nie przekracza 10 mm, to wymagane pochylenie można uzyskać przez odpowiednie ukształtowanie spoiny (rys. 45b, c). W przeciwnym razie blachę grubszą należy zukosować do grubości blachy cieńszej (rys. 45d). Nie należy stosować ukośnych styków środników. Styki warsztatowe środnika mogą wynikać ze zbyt małej długości produkowanych blach stalowych, lub zmian jego grubości. Wykonuje się je również jako styki montażowe, w miejscach, gdzie zastosowano zmiany grubości pasów.

Spawane, montażowe styki blachownicy (a więc połączenia pasów i środnika) mogą być przesunięte (rys. 46a) lub uniwersalne (rys. 46b). W sytuacji styku według rys. 46a połączenie

pasów górnego, dolnego i środnika są względem siebie przesunięte w przeciwne strony. W rozwiązaniu styku uniwersalnego (rys. 46b) wszystkie połączenia spawane są w tym samym przekroju. Zarówno w styku przesuniętym jak i uniwersalnym spoiny warsztatowe nie dochodzą do miejsca styku na odległość  $c_1$  lub  $c_2$ , pokazaną na rys. 46. Rowki spawalnicze pasów wykonuje się tak, aby spoiny montażowe można było zakładać w pozycji podolnej. Rowki symetryczne wykonuje się wtedy, gdy dźwigar będzie można obracać wokół osi podłużnej (rys. 46c). Założenie spoin montażowych należy wykonywać w odpowiedniej kolejności, aby wywołać jak najmniejsze naprężenia spawalnicze. W pierwszej kolejności zakłada się spoiny środnika, w drugiej spoiny pasów, a w trzeciej zamykające spoiny łączące pas ze środnikiem. Po wykonaniu połączenia sąsiednich pasów następuje skurcz poprzeczny spoin czołowych. Niepołączone odcinki pasa mają swobodę wydłużania się, tak jak próbka rozciągana. Jeśli nie byłoby takiej swobody odkształceń, to poprzeczne naprężenia skurczowe w pasach powodowałyby pękanie spoin czołowych.



Rys. 46. Spawany styk montażowy: a - przesunięty, b - uniwersalny

Ze względów technologicznych najczęściej stosuje się styk montażowy spawany uniwersalny, a przede wszystkim styki śrubowe (zagadnienie omówione w rozdziale 5.6).

Na rys. 47 pokazano przykłady połączeń pasów ze środnikiem blachownicy. Połączenia te wykonuje się w warsztacie, na spoiny pachwinowe obustronne (rys. 47a) lub czołowe (rys. 47b). Spoiny pachwinowe mogą być ciągłe lub przerywane. Nie należy stosować spoin przerywanych w konstrukcjach obciążonych dynamicznie lub eksploatowanych w środowisku o zwiększonym oddziaływaniu korozyjnym.



Rys. 47. Przykłady połączeń pasów ze środnikiem

W styku pasa ze środnikiem badane spoiny są ścinane od sił poprzecznych V. Nośność połączenia pasa ze środnikiem ze względu na siłę rozwarstwiającą sprawdza się ze wzoru

$$\tau_{\Pi} = \frac{V_{Ed}S_y}{J_yg} \le \frac{f_u}{\sqrt{3}\beta_w\lambda_{M2}},\tag{87}$$

gdzie:

 $V_{\ensuremath{\textit{Ed}}}$ – obliczeniowa siła poprzeczna w rozpatrywanym przekroju konstrukcji,

- $S_y$  moment statyczny przekroju pasa (*odciętej* części przekroju) względem osi obojętnej (rys. 47),
- $\boldsymbol{J}_y$  moment bezwładności całego przekroju poprzecznego,

g = 2a - dla spoin pachwinowych ciągłych (a - grubość spoiny pachwinowej),

 $g = 2a \cdot L_w / a_1$  – dla spoin pachwinowych przerywanych ( $L_w$  – długość odcinka spoiny pachwinowej,  $a_1$  – rozstaw spoin pachwinowych patrz rys. 47),

 $f_{\it u}$ – nominalna wytrzymałość na rozciąganie stali słabszej z łączonych części,

84

 $\beta_w$  – współczynnik korekcyjny uwzględniający wyższe właściwości mechaniczne materiału spoiny w stosunku do materiału rodzimego wg PN-EN 1993-1-8,

 $\gamma_{M2} = 1,25 - częściowy współczynnik nośności spoin.$ 

Wymagania dotyczące przerw ( $L_1$ ,  $L_2$ ) pomiędzy sąsiednimi odcinkami  $L_w$  spoin pachwinowych przerywanych pokazano na rys. 48. Przyjmuje się je jako wartość mniejszą z odległości pomiędzy końcami spoin po przeciwległych stronach i odległości pomiędzy końcami spoin po tej samej stronie. W każdym ściegu przerywanej spoiny pachwinowej jej odcinek skrajny wykonuje się zawsze na każdym końcu łączonych części. W elementach złożonych, w których blachy łączy się spoinami przerywanymi, zalecane są ciągłe spoiny pachwinowe na każdym końcu i z każdej strony blachy na długości nie mniejszej niż 3/4 szerokości węższej z łączonych blach.



Elementy spawane rozciągane:  $L_1 \le \min(16t, 16t_1 \text{ i } 200 \text{ mm})$ Elementy spawane ściskane lub ścinane:  $L_2 \le \min(12t, 12t_1, 0.25b \text{ i } 200 \text{ mm})$ 

Rys. 48. Spoiny pachwinowe przerywane: a - rozciągane, b - ściskane

# 5.4. Niestateczność środników i nośność przekroju blachownic z uwzględnieniem naprężeń stycznych

Współcześnie stosowane blachownice są na ogół kształtowane o smukłym środniku, zazwyczaj klasy 4. W związku z tym, dużego znaczenia w ich projektowaniu nabiera ocena nie tylko zdolności do przenoszenia naprężeń normalnych (od momentu zginającego), ale również sprawdzenia stateczności miejscowej środników pod wpływem naprężeń stycznych (od sił poprzecznych). Ponadto należy sprawdzić wpływ ścinającego wytężenia przekroju na jego nośność na zginanie (interakcję ścinania i zginania).

Środniki nieużebrowane o smukłości

$$\lambda_{w,1} = \frac{h_w}{t_w} \le \frac{72}{\eta} \varepsilon, \qquad (88)$$

oraz użebrowane co najmniej na podporach o smukłościach

$$\lambda_{w,2} = \frac{h_w}{t_w} \le \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau} , \qquad (89)$$

nie sprawdza się na niestateczność przy ścinaniu, gdyż nie ulegają one sprężystej utracie stateczności i redystrybucji naprężeń stycznych związanej z utworzeniem się pola ciągnień. Według PN-EN 1993-1-5 współczynnik  $\eta = 1,0$  - w przypadku dwuteowników walcowanych i ich spawanych odpowiedników oraz  $\eta = 1,2$  - w pozostałych przypadkach.

Współczynnik  $k_{\tau}$  występuje w wyrażeniu na naprężenia krytyczne miejscowej utraty stateczności w zakresie sprężystym

$$\tau_{cr} = k_{\tau} \sigma_E, \tag{90}$$

gdzie:

$$\sigma_{E} = \frac{\pi^{2} E t^{2}}{12(1-\nu_{2})b^{2}} = 190000 \left(\frac{t}{b}\right)^{2}.$$
(91)

W przypadku ścianek ze sztywnymi żebrami poprzecznymi bez żeber podłużnych, parametr niestateczności  $k_{\tau}$  oblicza się ze wzorów:

$$k_{\tau} = 5,34 + 4,00(h_w/a)^2 + k_{\pi l}, \text{ gdy } a/h_w \ge 1,$$
 (92)

$$k_{\tau} = 4,00 + 5,34(h_w/a)^2 + k_{\pi sl} \text{ gdy } a/h_w \le 1,$$
 (93)

gdzie:

a – rozstaw żeber,

 $k_{xi} = 0 - w$  przypadku środników bez żeber podłużnych.

Walcowane przekroje dwuteowe spełniają warunki przekrojów odpornych na niestateczność przy ścinaniu.

Środniki nieużebrowane o smukłościach

$$\lambda_{w,1} = \frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \varepsilon, \qquad (94)$$

oraz użebrowane co najmniej na podporach o smukłościach

$$\lambda_{w,2} = \frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau} , \qquad (95)$$

usztywnia się żebrami poprzecznymi na podporach, a także, jeśli to jest wymagane pod obciążeniem skupionym i w miejscach pośrednich. W takich sytuacjach projektowych nośność środników na ścinanie sprawdza się z uwzględnieniem miejscowej niestateczności przy ścinaniu. Warunek nośności środnika przy obciążeniu poprzecznym  $V_{Ed}$  ma postać:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} \le 1,0,$$
 (96)

gdzie:  $V_{b,Rd}$  – obliczeniowa nośność środnika przy ścinaniu dwuteowego elementu zginanego z żebrami lub bez żeber, która wynosi:

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \le V_{w,Rd} \,. \tag{97}$$

Obliczeniową nośność środnika przy uplastycznieniu wyznacza się ze wzoru:

$$V_{w,Rd} = \frac{\eta f_{yw} h_w t}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} , \qquad (98)$$

gdzie:

 $f_{\scriptscriptstyle yw}$ – granica plastyczności stali środnika,

 $h_w$ , t – odpowiednio wysokość i grubość środnika,

 $\gamma_{M1}$  – współczynnik częściowy w ocenie nośności z warunku utraty stateczności.

Składnik obliczeniowej nośności przy ścinaniu związany z udziałem środnika  $V_{bw,Rd}$  oblicza się ze wzoru:

$$V_{bw,Rd} = \frac{\chi_w f_{yw} h_w t}{\sqrt{3}\gamma_{M1}}.$$
(99)

Składnik obliczeniowej nośności przy ścinaniu związany z udziałem pasów  $V_{bf,Rd}$  (który uwzględnia się gdy pasy nie są w pełni wykorzystane do przeniesienia momentu zginającego  $M_{Ed}$ ; tj.  $M_{Ed} < M_{f,Rd}$ ) oblicza się ze wzoru:

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \left[ 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right],$$
 (100)

gdzie

- $b_f$ ,  $t_f$  wymiary pasa o mniejszej nośności przy obciążaniu siłą podłużną ( $b_f$  - efektywna szerokość pasa, ograniczona z każdej strony środnika do wartości 15 $\epsilon t_f$ ),
- $M_{f,Rd}$  obliczeniowa nośność przy zginaniu przekroju złożonego wyłącznie z efektywnych części pasów obliczana ze wzoru

$$M_{f,Rd} = \frac{M_{f,k}}{\gamma_{M0}},\tag{101}$$

c – parametr obliczany ze wzoru

$$c = a \left( 0,25 + \frac{1,6b_f t_f^2 f_{yf}}{t h_w^2 f_{yw}} \right),$$
(102)

a – rozstaw żeber poprzecznych.

W przypadku środników użebrowanych co najmniej na podporach, współczynnik redukcyjny  $\chi_w$  ze względu na niestateczność przy ścinaniu, we wzorze (100) przyjmuje się wg tabl. 12., w zależności od typu żeber podporowych. Na rys. 49 przedstawiono sposoby podparcia dźwigarów: a) brak żebra, b) żebro sztywne, stosowane również na podporach pośrednich belek ciągłych, c) żebro podatne.

	Żebro podporowe sztywne	Żebro podporowe podatne
$\overline{\lambda}_w < 0.83/\eta$	η	η
$0,83/\eta \leq \overline{\lambda}_w < 1,08$	$0,83/\overline{\lambda}_w$	$0,83/\overline{\lambda}_w$
$\overline{\lambda}_{w} \geq 1,08$	$1,37/(0,7+\overline{\lambda}_w)$	$0,83/\overline{\lambda}_w$

Tabl. 12. Współczynniki niestateczności przy ścinaniu  $\chi_w$ 



Rys. 49. Rozwiązania konstrukcyjne oparcia blachownic: a) oznaczenie przekroju poprzecznego, b) brak żebra poprzecznego, c) sztywne poprzeczne żebro podporowe, d) podatne poprzeczne żebro podporowe

Względna smukłość płytowa  $\overline{\lambda}_w$  w tabl. 12 jest określona ogólnym wzorem

$$\overline{\lambda}_{w} = 0.76 \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}}, \qquad (103)$$

lub wzorami szczegółowymi:

• gdy żebra poprzeczne występują tylko na podporach

$$\overline{\lambda}_{w} = \frac{h_{w}}{86,4t\varepsilon},\tag{104}$$

• gdy oprócz żeber na podporach występują żebra pośrednie

$$\overline{\lambda}_{w} = \frac{h_{w}}{37,4t\varepsilon\sqrt{k_{\tau}}},$$
(105)

gdzie  $k_{\tau}$  - jak we wzorze (90).

# 5.5. Żebra blachownic

Cienkościenne przekroje poprzeczne blachownic (klasy 4) usztywnia się żebrami. Najczęściej są to odpowiednio ukształtowane blachy lub płaskowniki (rzadziej kątowniki lub teowniki), które są przyspawane do ściskanych środników lub/i pasów. Należy stosować spoiny pachwinowe, o możliwie najmniejszej grubości. Od strony wewnętrznej żebra mają odpowiednie wycięcia (rys. 50e). Wielkość tych wycięć *c* zależy od grubości blachy żebra  $t_s$  i podano je w tabeli na rys. 50e. Daje się je w celu przepuszczenia spoin łączących pas ze środnikiem i niedopuszczenia do krzyżowania się spoin łączących żebro ze środnikiem i pasem.



Rys. 50. Żebra blachownic: 1 – poprzeczne, 2 – poprzeczne "krótkie", 3 – podłużne, 4 – skośne

Z uwagi na usytuowanie (rys. 50a) rozróżnia się żebra blachownic: poprzeczne (prostopadłe do osi), podłużne (równolegle do osi – rys. 50e) oraz skośne. Mogą one być o wysokości usztywnianej ścianki (rys. 50c) lub krótsze (rys. 50b). Ponadto mogą one być obustronne (z obu stron środnika – rys. 50f) lub jednostronne (rys. 50h). W przekrojach nad podporami blachownic należy zawsze stosować żebra obustronne. Najczęściej są to dwie blachy (lub płaskowniki przyspawane do środnika – rys. 50a). Stosuje się również jako żebro podporowe jedną blachę czołowa, jak to pokazano na rys. 53c.

Żebra poprzeczne blachownicy zapewniają:

- niezmienność konturu poprzecznego dźwigara (rys. 51a),
- równomierne wprowadzenie na całej wysokości sił skupionych P w środnik belki, w postaci sił stycznych (rys. 51b),
- wymuszać pionową linię węzłową postaci wyboczonej środnika (rys. 51c),
- zwiększenie nośności przekroju obciążonego reakcją podporową (rys. 52b), lokalnie dużą siłą poprzeczną (rys. 52c) lub wypadkową sił w miejscu załamania pasa (rys. 52d).



Rys. 6.51. Zadania konstrukcyjne żeber blachownic spawanych

Żebra poprzeczne daje się zazwyczaj, gdy blachownica jest o przekroju klasy 4. Ich rozstaw *a* (rys. 50) nie może być mniejszy niż podwójna wysokość blachownicy. Stosuje się je w przekrojach podporowych, w miejscach przekazywania dużych obciążeń skupionych (rys. 52c) lub załamania pasów (rys. 50a i 52d), a także innych miejscach, gdy zachodzi potrzeba dodatkowego usztywnienia smukłych ścianek blachownicy. Żebra podłużne (rys. 50a) stosuje się w strefie ściskanej blachownic, w celu zwiększenia nośności (z warunku lokalnej utraty stateczności – rys. 52a) bardzo smukłych środników.

Żebra ukośne blachownicy (rys. 50a) zwiększają nośność środnika na ścinanie (z warunku lokalnej utraty stateczności – rys. 52a), a także mogą przenosić siły wypadkowe przekazywane w miejscach zmian nachylenia pasa. Takie rozwiązania są stosowane stosunkowo rzadko.



Rys. 52. Formy wyboczenia lokalnego i deformacji blachownic

Projektowanie żeber rozpoczyna się od rozmieszczenia ich na długości blachownicy. Ze względów estetycznych i technologicznych wskazany jest jednakowy rozstaw żeber poprzecznych.

Przy sprawdzaniu nośności (stateczności) żeber należy przyjmować efektywne pole przekroju żebra brutto wraz z efektywnymi odcinkami środnika, których długość z każdej strony żebra jest ograniczona do wartości 15*ɛt* i nie wynosi więcej niż połowa odległości od żebra sąsiedniego. Siłę podłużną w żebrze poprzecznym przyjmuje się równą sumie siły poprzecznej i ewentualnych obciążeń zewnętrznych. Sztywne żebro skrajne (podporowe) przenosi docisk reakcji podporowej oraz obciążenie podłużne od naprężeń membranowych działających w płaszczyźnie środnika. Sztywne żebro podporowe stosuje się przy dużych smukłościach środników i dużych obciążeniach podpór belek. Składa się ono z dwóch dwustronnych żeber poprzecznych, które są pasami krótkiej belki o długości  $h_w$  (rys. 49). Odcinek środnika blachownicy miedzy tymi żebrami jest środnikiem dwuteowej krótkiej belki. Funkcje sztywnego żebra skrajnego może pełnić dwuteownik walcowany przyspawany do środnika belki.

Każde dwustronne, poprzeczne żebro sztywne z płaskowników powinno mieć pole przekroju nie mniejsze niż  $4h_w t_w^2 / e$ , gdzie e – osiowy rozstaw żeber w strefie podporowej, przy czym  $e > 0,1h_w$  (rys. 49). Jeśli żebro skrajne projektuje się z kształtownika walcowanego, wówczas wskaźnik wytrzymałości jego przekroju w płaszczyźnie środnika nie powinien być mniejszy niż  $4h_w t^2$ .

Jako żebro podporowe na końcu dźwigara można zastosować dwustronne żebro pojedyncze (rys. 49d, 53a), pod warunkiem, że żebro to razem z sąsiednim żebrem poprzecznym tworzą subpanel przypodporowy, który jest zdolny do przeniesienia maksymalnego ścinania.



Rys. 53. Modele obliczeniowe żeber blachownic spawanych

W przypadku mniejszych obciążeń podpór belek można stosować żebra podporowe podatne jako pojedyncze żebra dwustronne (rys. 49d, 53a) lub w postaci "zamykającej" blachy czołowej (rys. 53c). Żebro takie oblicza się na docisk reakcji podporowej oraz na ścinanie z wyboczeniem z płaszczyzny środnika, przyjmując krzywą wyboczeniową c. Stateczność żeber na wyboczenie skrętne jest zapewniona, gdy spełniony jest warunek

$$\frac{I_T}{I_p} \ge 5.3 \frac{f_y}{E}, \qquad (106)$$

gdzie

- $I_T$  moment bezwładności przekroju żebra przy skręcaniu swobodnym (St. Venanta),
- $I_p$  biegunowy moment bezwładności przekroju żebra względem punktu styczności ze środnikiem.

Z punktu widzenia klasyfikacji przekroju żebrom można przyporządkować model pasma płytowego podpartego jednostronnie. Grubość i szerokość żebra należy dobrać tak, aby ich przekrój spełniał warunki dla przekroju klasy co najmniej 3, czyli  $b_s/t_s \leq 14\varepsilon$ .

Grubość  $t_s$  i szerokość  $b_s$  żebra dobiera się z zaleceń konstrukcyjnych, a mianowicie

$$t_s = 2h_s \sqrt{\frac{f_y}{E}}, \qquad (107)$$

$$b_s \ge \left(\frac{h_w}{30} + 40\right) \, \text{dla zebra dwustronnego},$$
 (108)

$$b_s \ge \left(\frac{h_w}{30} + 50\right)$$
 dla żebra jednostronnego. (109)

Żebro poprzeczne należy sprawdzić (szczególnie podporowe) na ściskanie, uwzględniając wyboczenie w kierunku prostopadłym do płaszczyzny środnika. Modelem obliczeniowym żebra jest pręt sprężyście zamocowany na końcach (rys. 53b, e). Jeśli oba końce żebra (pasy) są sztywno stężone w kierunku bocznym, to można przyjmować długość wyboczeniową

$$l_e = 0.75h_w, (110)$$

gdzie  $h_w$  – wysokość środnika blachownicy.

W przeciwnym razie należy przyjmować większą wartość długości wyboczeniowej.

Jako przekrój poprzeczny analizowanego pręta, przyjmuje się przekrój płaskowników (lub blach) żeber i współpracujące z nimi części środnika blachownicy, o szerokości po 15*et* z każdej strony żebra. Przykładowe przekroje poprzeczne żeber pokazano na rys. 53f, g, h. W przypadku obustronnego żebra podporowego jego pole przekroju poprzecznego  $A_{st}$ , moment bezwładności  $I_{st}$  oraz promień bezwładności  $i_{st}$  (dla oznaczeń użytych na rys. 53f) wynoszą

$$A_{st} = 2b_s t_s + (30\varepsilon t_w + t_s)t_w, \qquad (111)$$

$$I_{st} = 2\left[\frac{t_s b_s^3}{12} + \frac{1}{2} t_s b_s (b_s + t_w)^2\right] + \frac{(30\varepsilon t_w + t_s) t_w^3}{12},$$
(112)

$$i_{st} = \sqrt{\frac{I_{st}}{A_{st}}} .$$
(113)

Żebra spełniają swoje usztywniające zadanie konstrukcyjne, gdy są dostatecznie sztywne. Poprzeczne żebra pośrednie można uważać za sztywne, jeśli moment bezwładności ich przekroju efektywnego  $I_{st}$  względem osi równoległej do płaszczyzny środnika spełnia warunki:

$$I_{st} \ge 1,5 \frac{h_w^2 t^3}{a^2} \text{ gdy } \frac{a}{h_w} < \sqrt{2} ,$$
 (114)

$$I_{st} \ge 0.75 h_w t^3 \text{ gdy } \frac{a}{h_w} \ge \sqrt{2}$$
 (115)

W przypadku analizowanego poprzecznego żebra podporowego (o przekroju klasy 1., 2. lub 3.), jego nośność z warunku wyboczenia sprawdza się ze wzoru

$$\frac{N_{Ed,s}}{N_{b,Rd}} \le 1,\tag{116}$$

gdzie:

 $N_{Ed,s}$  – obliczeniowa reakcja podporowa V (rys. 53a, b) lub obliczeniowe obciążenie skupione P (rys. 6.51d, e), przekazywane na blachownicę,

 $N_{b, {\it Rd}}\,$ – nośność żebra z warunku wyboczenia, która oblicza się ze wzoru

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A_{st} f_y}{\gamma_{M1}},\tag{117}$$

w którym:

 $\chi$  – współczynnik wyboczeniowy wyznaczony dla krzywej c,

 $A_{st}$  – pole przekroju żebra wraz z współpracującym środnikiem (rys. 52f, g, h),

 $f_v$  – granica plastyczności stali,

 $\gamma_{M1}$ – współczynnik częściowy w ocenie nośności z warunku utraty stateczności.

Żebra pośrednie (pełniących funkcje sztywnego podparcia środników) należy obliczać z uwzględnieniem ich losowych wstępnych imperfekcji geometrycznych. Obliczeniowo żebro traktuje się jako element swobodnie podparty i obciążony poprzecznie zastępczym oddziaływaniem, które jest równoważne wstępnemu losowemu wygięciu o strzałce  $w_0 = s/300$  (gdzie  $s = \min(a_1, a_2, b)$  w którym  $a_1, a_2, b$  - parametry geometryczne usztywnianego panelu. Ponadto należy uwzględnić w analizie wytężenia żeber ich mimośrody konstrukcyjne. Szczegółowy zasady tych obliczeń podano w wg PN-EN 1993-1-5.

Należy ponadto sprawdzić naprężenia docisku żebra do pasa, wywołane przekazywanym obciążeniem. W obliczeniu tym zakłada się, że wytężenie dociskowe wywołane siłą podłużną w żebrze  $N_{Ed,s} = V$  (rys. 53a) lub  $N_{Ed,s} = P$  (rys. 53d) jest przekazywane przez zestruganą powierzchnię żebra, a nie przez spoinę. Naprężenia dociskowe oblicza się ze wzoru

$$\sigma_b = \frac{N_{Ed,s}}{2t_s(b_s - c)} \le f_y, \qquad (118)$$

gdzie c – wycięcie w żebrze wg rys. 49.

W przypadku blachownic obciążonych statycznie żebro można przyspawać do pasa ściskanego i rozciąganego. Natomiast w sytuacji dźwigarów obciążonych cyklicznie (zmęczeniowo), żeber nie wolno spawać do rozciąganych pasów blachownicy. Wynika to z faktu, że utworzone wtedy złącze teowe, rozciągane w kierunku prostopadłym do spoin pachwinowych, jest o najniższej kategorii zmęczeniowej  $\Delta \sigma_c = 36$  MPa (natomiast pas rozciągany z blachy uniwersalnej ma  $\Delta \sigma_c = 160$  MPa). Spoina poprzeczna w pasie powoduje na jej obrzeżu podtopienie materiału rodzimego (rys. 54a, szczegół "A"), od którego rozpoczyna się pękanie zmęczeniowe. Aby uniknąć powstawania karbu w pasie rozciąganym stosuje się rozwiązania pokazane na rys. 54b, c, d.

W przypadku, gdy przez pas rozciągany nie jest przekazywane obciążenie V lub P można zastosować żebro krótsze, jak to pokazano na rys. 54d, lub sfrezować (zestrugać) dopasowując dolną krawędź żebra do pasa (rys. 54c). W rozwiązaniu pokazanym na rys. 54a żebro jest przyspawane do płytki 1, leżącej na pasie rozciąganym (płytka 1 nie jest przyspawana do pasa). Można również w takim przypadku zastosować krótsze żebro (rys. 54b), które jest przyspawane do skrzydełka 2. W tym rozwiązaniu skrzydełko 2 jest przyspawane spoiną pachwinową równoległą do kierunku wytężenia rozciąganego pasa.



Rys. 54. Konstrukcje połączeń żebra z pasem rozciąganym

## 5.6. Styki montażowe blachownic

Montażowe połączenia blachownic (scalanie elementów wysyłkowych) wykonuje się jako śrubowe. Mogą to być połączenia zakładkowe (rys. 55) lub doczołowe (rys. 57).



Rys. 55. Śrubowe, zakładkowe połączenia montażowe blachownic

Na rys. 55. pokazano przykłady śrubowych, zakładkowych połączeń montażowych blachownic. Uciąglenie konstrukcyjne uzyskuje się stosując dla pasa trzy (rys. 55a) lub jedną (rys. 55b) nakładkę ciągłości, w przypadku środnika nakładki obustronne.

W śrubowych stykach zakładkowych łączniki są wytężone prostopadle do swych osi. Nośność takich styków jest uwarunkowana nośnością śrub na ścinanie  $F_{v,Rd}$ ,  $F_{b,Rd}$  lub z warunku poślizgu  $F_{s,Rd}$ . Projektuje się je na jedną z trzech kategorii A, B lub C. Połączenia kategorii A mogą być na śruby zwykłe (klasy 4.6, 5.6) niesprężone, albo wysokiej wytrzymałości (klasy 8.8, 10.9) sprężone. Połączenia kategorii B i C projektuje się wyłącznie jako sprężone siłą. Odporność styku zakładkowego na poślizg jest wymagana dla połączeń kategorii B w stanie granicznym użytkowania, a dla złączy kategorii C w stanie granicznym nośności.



Rys. 56. Schemat obliczeniowy śrubowego, zakładkowego połączenia blachownicy

Śrubowy styk zakładkowy blachownicy o przekroju dwuteowym (rys. 56) składa się z nakładek uciąglających pasy górny i dolny oraz środnik. W takim styku występuje siła poprzeczna  $V_{Ed}$  i moment zginający  $M_{Ed}$ . W jego obliczeniach zakłada się, że siłę poprzeczną  $V_{Ed}$  w całości przenosi tylko środnik, natomiast moment zginający  $M_{Ed}$  rozdziela się na moment zginający przenoszony przez środnik  $M_{w,Ed}$  i moment zginający przenoszony przez pasy  $M_{f,Ed}$ , proporcjonalnie do momentu bezwładności względem osi ciężkości przekroju

$$M_{w,Ed} = M_{Ed} \frac{I_w}{I}, \qquad (119)$$

$$M_{f,Ed} = M_{Ed} \frac{I_f}{I}, \qquad (120)$$

przy czym

$$M_{Ed} = M_{w,Ed} + M_{f,Ed}, \qquad (121)$$

$$I = I_w + I_f , \qquad (122)$$

gdzie:

 $M_{Ed}$ ,  $M_{f,Ed}$ ,  $M_{w,Ed}$  – momenty zginające w styku odpowiednio: obliczeniowy oraz przenoszone przez pasy (f) i środnik (w),

I,  $I_f$ ,  $I_w$  – momenty bezwładności odpowiednio: całego przekroju, pasów (f), środnika (w), względem silniejszej osi oporu y,

Przecięte w styku pasy blachownicy zastępuje się jednostronnymi lub dwustronnymi nakładkami uciąglającymi. Są one wytężone parą sił podłużnych  $P_f$ , wywołanych momentem  $M_{f,Ed}$  i wynoszą

$$P_f = M_{f,Ed} / (h - t_f) \le n_f F_{Rd}, \qquad (123)$$

gdzie:

 $h,\,t_f$ – wysokość i grubość pasa dźwigara dwute<br/>owego,

 $n_f\,$ – liczba śrub z jednej strony styku pasów,

 $F_{\it Rd}\,$ – miarodajna nośność śruby, która wynosi

$$F_{Rd} = \min(F_{v,Rd}, F_{b,Rd}, F_{s,Rd}),$$
(124)

w którym:  $F_{v,Rd}$ ,  $F_{b,Rd}$ ,  $F_{s,Rd}$  – nośność śruby na ścinanie, docisk i z warunku poślizgu.

Siły wewnętrzne przypadające na środnik ( $V_{Ed}$ ,  $M_{w,Ed}$ ) przesuwa się o wartość e (rys. 55) do środka ciężkości grupy  $n_w$  łączników po jednej stronie styku środnika. Siła poprzeczna  $V_{Ed}$  rozdziela się równomiernie na wszystkie łączniki wywołując w nich siły  $S_{i,V}$ , które wynoszą

$$S_{i,F} = V_1 = \frac{V_{Ed}}{n_w} \,. \tag{125}$$

Sumaryczny moment zginający w środku ciężkości grupy śrub z jednej strony styku wynosi

$$M_0 = M_{w,Ed} + V_{Ed}e, (126)$$

Wywołuje on zróżnicowane wartości sił  $S_{i,M}$  w poszczególnych łącznikach, które są prostopadłe do ich ramion odległych o  $r_i$  od środka obrotu 0. Największa siła od działającego w styku momentu zginającego powstaje w śrubie najbardziej oddalonej od środka obrotu. Siła  $S_{i,M}$  od momentu  $M_0$  w *i*-tym łączniku wynosi

$$S_{i,M} = M_0 r_i / \sum_{i=1}^n r_i^2 , \qquad (127)$$

gdzie  $r_i$  – ramię działania siły  $S_{i,M}$ .

Stan graniczny połączenia zakładkowego środnika obciążonego momentem zginającym  $M_0$  i siłą poprzeczną  $V_{Ed}$  sprawdza się ze wzoru

$$S_{i} = \sqrt{\left(S_{i,M} + S_{i,F} \cos \Theta_{i}\right)^{2} + \left(S_{i,F} \sin \Theta_{i}\right)^{2}} \le F_{Rd} , \qquad (128)$$

gdzie:

 $S_i$  – siła wypadkowa przypadająca na i-ty łącznik (rys. 55c),

 $S_{i,M}$  – według (127),

 $S_{i,V}$  – według (125),

 $\Theta_i$  – kąt między wektorami sił składowych ( $0 \le \Theta_i \le 180$ ),

 $F_{Rd}$  – według (124).

Na rys. 57 pokazano przykłady śrubowych styków doczołowych. Są to rozwiązania z blachą czołową o wysokości dźwigara (rys. 57a), z blachą czołową wystającą (rys. 57b) oraz z blachą czołową wystającą, usztywnioną żebrem u dołu (rys. 57c).

W styku doczołowym łączone elementy prętowe wyposaża się w blachy czołowe, usytuowane prostopadle do ich osi podłużnych i obciążenia połączenia. Moment zginający w stykach na rys. 57 jest przenoszony przez docisk w strefie ściskanej i rozciąganie łączników w strefie dolnej. W połączeniach doczołowych wypadkowa sił wewnętrznych w styku jest równoległa do osi łączników i wykorzystuje się zdolność śrub do przenoszenia sił rozciągających.

Według PN-EN 1993-1-8 śrubowe styki doczołowe projektuje się w jednej z dwóch kategorii obliczeniowych D lub E.



Rys. 57. Przykłady konstrukcji śrubowych styków doczołowych blachownic

Połączenia kategorii D mogą być na śruby zwykłe (klasy 4.6, 5.6) niesprężone, albo wysokiej wytrzymałości (klasy 8.8, 10.9) sprężone. Połączenia kategorii E projektuje się wyłącznie jako sprężone. Dla tych połączeń wymagana jest odporność złącza na zerwanie trzpienia śruby w stanie granicznym nośności (dla obciążeń obliczeniowych) i na rozwarcie styku w stanie granicznym użytkowania (dla obciążeń charakterystycznych).

Sprężanie śrub w styku doczołowym zapobiega zmianie amplitud wytężenia łączników i jest szczególnie wskazane dla złączy obciążonych dynamicznie. Siły rozciągające w śrubach są równe siłom sprężającym, aż do chwili, kiedy obciążenie zewnętrzne nie przekroczy wartości sprężenia. Ze względu na małą wytrzymałość zmęczeniową, śruby o wysokiej wytrzymałości nie powinny być stosowane wówczas, gdy naprężenia rozciągające są zmienne. Zmiany amplitud wytężenia łączników występują w razie zaniku docisku między blachami czołowymi wokół najbardziej obciążonej śruby i rozwarcia styku. Stąd też w połączeniach kategorii E analizuje się stany graniczne nośności z warunku rozwarcia styku.

Istotnym zagadnieniem w projektowaniu połączeń doczołowych jest przyjęcie odpowiednio sztywnych (o grubości *t*) blach czołowych i właściwe rozmieszczenie śrub w styku. Aby efekt dźwigni był mały, należy w połączeniach doczołowych rozmieszczać śruby w możliwie najmniejszych odległościach od pasów i środników. Przyjęcie minimalnych grubości blach w stykach doczołowych prowadzić może do nadmiernych przemieszczeń połączeń. W połączeniach, w których występuje efekt zginania blach czołowych wartość siły sprężenia zmniejsza się na skutek działania obciążeń wielokrotnie zmiennych. Zwiększenie grubości blach czołowych jest zalecane również w złączach niesprężanych.

Zasady obliczeń połączeń doczołowych podano w PN-EN 1993-1-8.

## 5.7. Łożyska blachownic

Przy niewielkich obciążeniach i reakcjach podporowych elementy zginane opiera się bezpośrednio lub za pośrednictwem podkładki na murze, a także na innym elemencie konstrukcyjnym. Zasady obliczeń oparcia belek walcowanych na murze (rys. 33) oraz za pośrednictwem płytki łożyskowej (rys. 37b) podano w rozdz. 4.4. W przypadku oparcia dźwigara za pośrednictwem przedłużonego żebra podporowego (rys. 53c), jego krawędź dolna musi być zestrugana (sfrezowana). Należy wówczas sprawdzić naprężenia docisku żebra (o szerokości  $b_s$  i grubości  $t_s$ ) do blachy poziomej słupa ze wzoru

$$\sigma_b = \frac{V_{Ed}}{t_s b_s} \ge f_y \,. \tag{129}$$

Większe obciążenia blachownic stwarzają konieczność stosowania specjalnych elementów podporowych, które nazywa się łożyskami. Mają one za zadanie ustabilizować położenia elementu, odwzorować założony schemat statyczny podpory oraz przekazać reakcje podporowe, zachowując ich odpowiednie kierunki. Z uwagi na rodzaj przenoszonych reakcji łoży-ska dzieli się na stałe, które przenoszą reakcję pionową i poziomą oraz ruchome, przenoszące tylko reakcje pionowe. Mogą one być wykonane z blach stalowych lub jako odlewy staliwne. Ze względu na kształt powierzchni kontaktu w miejscu przekazywania obciążenia na podporę dzieli się je na płaskie (rys. 37b), styczne (rys. 58) oraz wałkowe.



Rys. 58. Konstrukcja (a, b) i schemat obliczeniowy (c) łożyska stycznego: 1 – łożysko styczne, 2 – ogranicznik, 3, 4 – blachy poziome, 5 – blacha podłożyskowa, 6 – śruba kotwiąca, 7 – kątownik

Łożyska płaskie nie zapewniają równomiernego nacisku na podpory, dlatego przy większych rozpiętościach (rzędu 20÷30 m) stosuje się łożyska styczne. Spawane łożysko styczne blachownicy (rys. 58) składa się z jednej lub dwóch płyt poziomych (3, 4) oraz przyspawanej do nich tzw. poduszki 1, o walcowej powierzchni kontaktu w miejscu oparcia. Należy stosować promienie wyokrąglenia poduszki  $r \ge 500$  mm. Płyty 3 i 4 są ze sobą zespawane i zakotwione w murze. Ma to na celu uniemożliwić przesuw poziomy łożyska. W tym celu stosuje się śruby kotwiące (rys. 58a) lub zabetonowany w kominkach (rys. 58b) kątownik wpuszczony w zagłębienie.

Zabezpieczenie blachownicy przed przesuwem poprzecznym można wykonać za pomocą dwóch trzpieni 2 połączonych z łożyskiem 1 i blachami 3 i 4.

Schemat obliczeniowy łożyska stycznego pokazano na rys. 58c (docisk powierzchni płaskiej do cylindrycznej). W linii styku pasa dolnego z poduszką sprawdza się naprężenia kontaktowe wg wzoru Hertza

$$\sigma_{bH} = 0.42 \sqrt{\frac{V_{Ed}E}{br}} \le f_{db,H} = 3.6f_y, \qquad (130)$$

gdzie:

 $V_{Ed}$  – reakcja podporowa blachownicy,

E – współczynnik sprężystości stali,

b – szerokość łożyska (długość docisku),

r – promień wyokrąglenia łożyska,

 $f_{db,H}$  – wytrzymałość obliczeniowa stali na docisk określona wg wzoru Hertza.

Przekształcając wzór (130) można wyznaczyć potrzebny promień wyokrąglenia łożyska stycznego.

#### Literatura

- Biegus A.: Nośność graniczna stalowych konstrukcji prętowych. PWN, Warszawa Wrocław, 1997.
- [2] Biegus A.: Połączenia śrubowe. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa-Wrocław 1997.
- [3] Biegus A.: Probabilistyczna analiza konstrukcji stalowych. PWN, Warszawa Wrocław 1999.
- [4] Biegus A.: Stalowe budynki halowe. Arkady, Warszawa 2003.
- [5] Biegus A.: Zgodnie z Eurokodem 3. Część 4: Wymiarowanie przekrojów. Builder nr 5/2009.
- [6] Biegus A.: Zgodnie z Eurokodem 3. Część 6: Wymiarowanie elementów. Builder nr 6/2009.
- [7] Biegus A.: Obliczanie spoin według Eurokodu 3. Builder nr 11/2009.
- [8] Biegus A.: Obliczanie nośności śrub według PN-EN 1993-1-8. Inżynieria i Budownictwo nr 3/2008.
- [9] Giżejowski M., Wierzbicki S., Kubiszyn W.: Projektowanie elementów zginanych według PN-EN 1993-1-1 i PN-EN 1993-1-5. Inżynieria i Budownictwo nr 3/2008.
- [10] Giżejowski M., Barszcz A., Ślęczka L.: Ogólne zasady projektowania stalowych układów ramowych według PN-EN 1993-1-1. Inżynieria i Budownictwo nr 7/2008.
- [11] Kozłowski A., Stankiewicz B., Wojnar A.: Obliczanie elementów zginanych i ściskanych według PN-EN 1993-1-1. Inżynieria i Budownictwo nr 9/2008.
- [12] Kozłowski A., Pisarek Z., Wierzbicki S.: Projektowanie doczołowych połączeń śrubowych według PN-EN 1993-1-1 i PN-EN 1993-1-8. Inżynieria i Budownictwo nr 4/2009.
- [13] Kiełbasa Z., Kozłowski A., Kubiszyn W., Pisarek S., Reichhart A., Stankiewicz B., Ślęczka L., Wojnar A.: Konstrukcje stalowe. Przykłady obliczeń według PN-EN 1993-1. Część pierwsza. Wybrane elementy i połączenia. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej. Rzeszów 2009.
- [14] Pałkowski Sz.: Konstrukcje stalowe. Wybrane zagadnienia obliczania i projektowania, PWN, Warszawa 2001.
- [15] Pałkowski S., Popiołek K.: Zwichrzenie belek ogólne zasady projektowania stalowych układów ramowych według PN-EN 1993-1-1. Inżynieria i Budownictwo nr 7/2008.
- [16] PN-90/B- 03200 Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [17] PN-EN 1990: 2004. Podstawy projektowania konstrukcji.

- [18] PN-EN 1993-1-1: 2006. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [19] PN-EN 1993-1-2: 2007. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-2:
   Reguły ogólne Obliczanie konstrukcji z uwagi na warunki pożarowe.
- [20] PN-EN 1993-1-3: 2008. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych Część 1-3: Reguły ogólne – Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
- [21] PN-EN 1993-1-4: 2007. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych Część 1-4:
   Reguły ogólne Reguły uzupełniające dla konstrukcji ze stali niedrzewnych.
- [22] PN-EN 1993-1-5: 2008. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.
- [23] PN-EN 1993-1-6: 2009. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-6: Wytrzymałość i stateczność konstrukcji powłokowych.
- [24] PN-EN 1993-1-7: 2008. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-7: Konstrukcje płytowe.
- [25] PN-EN 1993-1-8: 2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów.
- [26] PN-EN-1993-1-9: 2007. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-9: Zmęczenie.
- [27] PN-EN-1993-1-10: 2007. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-10: Dobór stali ze względu na odporność na kruche pękanie i ciągliwość międzywarstwową.
- [28] PN-EN-1993-1-11: 2007. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-11: Konstrukcje cięgnowe.
- [29] PN-EN-1993-1-12: 2007. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-12: Reguły dodatkowe rozszerzające zakres stosowania EN 1993 o gatunki stali wysokiej wytrzymałości do z S 700 włącznie.
- [30] PN-EN 1090-2:2009. Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych. Część 2: Wymagania techniczne dotyczące konstrukcji stalowych.
- [31] Rykaluk K.: Konstrukcje stalowe. Podstawy i elementy. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006.
- [32] Timoshenko S. P., Gere J. M.: Teoria stateczności sprężystej. Arkady, Warszawa 1963.
- [33] Winter G.: Strength of Thin Steel Compression Flange. Trans. ACSE, 1974, vol. 112.