

7. Słup złożony dwugąłęziowy (2 x ceowniki)**7.1 Wymiarowanie trzonu słupa wg pkt 6.4. normy.****7.1.1 Schemat statyczny i siły wewnętrzne**

Obliczeniowa siła ściskająca słup (reakcja w podporze pośredniej + c.własny słupa) $N_{ed,s} = R_{b,max} + 6kN =$	1293,45	[kN]
Długość słupa $L_s =$	650,00	[cm]
Długości wyboczeniowe słupa:		
Współczynniki długości wyboczeniowej $\mu_y = \mu_z =$	1,00	
Wyboczenie względem osi y (oś materiałowa) $L_{cr,y} = \mu_y * L_s =$	650,00	[cm]
Wyboczenie względem osi z (oś niemateriałowa) $L_{cr,z} = \mu_z * L_s =$	650,00	[cm]

7.1.2 Przyjęcie wymiarów słupa

Minimalne pole powierzchni trzonu słupa można w przybliżony sposób obliczyć ze wzoru $A_{min} > N_{ed,s} / (\chi * f_y / \gamma_{m1})$

Można wstępnie przyjąć współczynnik wyboczenia (niestateczności) $\chi =$	0,70	
Minimalne pole trzonu słupa $A_{min} =$	67,19	[cm ²]
Trzon słupa składa się z 2 gałęzi, zatem min. pole 1 gałęzi $A_{min,1} = A_{min} / 2 =$	33,60	[cm ²]
Z tablic kształtowników przyjęto ceowniki normalne C260 (UPN260) o $A_{ch} =$	48,30	[cm ²]

Świadomie dobrano większy ceownik, niż by to wynikało z A_{min} . Trzon słupa jest dwugąłęziowy, obie gałęzie będą połączone ze sobą za pomocą blach (przewiązek), które będą przyspawane do półek ceownika. Przewiązka z ceownikiem będzie łączona za pomocą spoiny, dlatego trzeba zadbać o to aby blacha nachodziła na ceownik na względnie dużą głębokość, dlatego przyjęto ceownik C260 o wymiarach (cm):

$h =$	260,00	$J_y,1 =$	4820,00	$W_y,1 =$	371,00	$i_y,1 =$	9,99
$b =$	90,00	$J_z,1 =$	317,00	$W_z,1 =$	47,70	$i_z,1 =$	2,56
$t_w =$	10,00	masa $m_1 =$	37,90	$W_{pl,z1} =$	91,60		[cm ³]
$t_f =$	14,00	$e =$	2,36	pole $A_{,1} =$	48,30		[cm ²]

Klasa przekroju przy ściskaniu osiowym.

Na podstawie tablic producenta odczytano, że przekrój C260 ze stali S275 jest klasy 1 przy ściskaniu.

Cechy geometryczne słupa złożonego. Zgodnie z normą cechy pojedynczej gałęzi słupa oznaczono symbolem "ch" zamiast indeksu "1".

Moment bezwładności słupa $J_y = 2 * J_{y,ch} = 9640,00$ [cm⁴]
 Zaleca się aby słup wielogąłęziowy miał tak dobrany rozstaw gałęzi aby zachodziła relacja $J_z = 1,1 J_y$. Ponieważ $J_z = 2 * (J_{z,1} + A_{ch} * (h_o/2)^2)$ to:
 Rozstaw gałęzi $h_o = 2 * [(0,55 J_y - J_{z,ch}) / A_{ch}]^{0,5} = 20,3$ [cm]
 Zaleca się (ze względów wykonawczych) aby obrys zewnętrzny trzonu słupa "bs" miał wymiar zaokrąglony do pełnych centymetrów (do 10mm). Przyjęto, że ceowniki będą skierowane do siebie półkami (przekrój po obrysie ma kształt zbliżony do kwadratu) dlatego wymiar $bs = h_o + e + e$.

$bs =$	25,0	[cm]
Przyjęto $bs =$	25,0	[cm]

7.1.3 Przewiązki

Przewiązki to prostokątne blachy, które mają zapewnić współpracę obu gałęzi w przenoszeniu obciążeń przez trzon słupa oraz przenoszą siły ścinające, które pojawiają się w słupie. Zaleca się (ze względów wytrzymałościowych) aby w słupie była parzysta liczba przewiązek, a co za tym idzie nieparzysta liczba odstępów między przewiązkami.

Rozstaw "Li" przewiązek nie powinien przekraczać $60 * i_{min,ch}$:

$i_{min,ch}$ - jest to minimalny promień bezwładności pojedynczej gałęzi słupa. U nas $i_{min,ch} = i_{z,ch}$		
Rozstaw maksymalny $L_{i,max} =$	153,60	[cm]
liczba odstępów między przewiązkami $n = L_s / Li =$	4,23	
Przyjęto przedziałów $n =$	5,00	
Liczba przewiązek $n_p =$	6,00	
Przyjęto rozstaw $Li = L_s / n =$	130,00	[cm]

Wymiary przewiązek:

Szerokość L_p przewiązki powinna się mieścić w przedziale $0,5 * bs < L_p < bs$

$0,5bs = 12,5$	$bs = 25,0$	
Przyjęto $L_p =$	17,00	[cm]
Wysokość B_p przewiązki powinna się mieścić w przedziale $100mm < B_p < 0,75L_p$		
Przyjęto $B_p =$	12,00	[cm]

Grubość t_p przewiązki, powinna mieć min. 6mm, oraz powinna być dobrana tak aby przekrój przewiązki nie był zbyt smukły, tzn. nie był przekrojem klasy 4.

Przekształcając warunek normy dla przekrojów klasy 4: $t_p > B_p / (14 * \epsilon) =$	9,32	[mm]
Przyjęto $t_p =$	10,00	[mm]
Moment bezwładności przewiązki $J_{p,z} = t_p * B_p^3 / 12 =$	144,00	[cm ⁴]

7.1.4 Sprawdzenie nośności słupa wg pkt. 6.4 normy PN-EN 1993-1-1

UWAGA 1: Wg eurokodu PN-EN 1993-1-1 pkt. 6.4 przy wymiarowaniu ściskanych elementów wielogąłęziowych należy uwzględnić wstępną imperfekcję eo, która powoduje, że słup podlega nie tylko ściskaniu, ale także działaniu momentu zginającego i siły tnącej. Oprócz imperfekcji należy uwzględnić także wpływ odkształceń poprzecznych (postaciowych) słupa, po przez określenie sztywności postaciowej S_v . Oznacza to, że sprawdzeniu podlegają dwa przekroje na długości słupa: przekrój w połowie wysokości oraz przekrój w dolnym segmencie słupa (przy pierwszej przewiązce pośredniej).

UWAGA 2: Przy wymiarowaniu elementów ściskanych, należy sprawdzić wyboczenie względem dwóch głównych osi bezwładności y oraz z. Przy wyboczeniu względem osi y (tzw. materiałowej), występują współczynniki χ_y, λ_y , które dotyczą wyboczenia (przemieszczenia) w kierunku prostopadłym do osi y, natomiast przy wyboczeniu względem osi z (tzw. osi niemateriałowej), występują współczynniki χ_z, λ_z , które dotyczą wyboczenia (przemieszczenia) w kierunku prostopadłym do osi z.

UWAGA 3: Sprawdzanie nośności trzonu słup wg Eurokodu polega na sprawdzeniu stateczności pojedynczej gałęzi. Przy wyboczeniu w płaszczyźnie skratowania (względem osi z) przyjmuje się długość wyboczeniową między przewiązkami, natomiast przy wyboczeniu względem osi y (materiałowej) przyjmuje się długość wyboczeniową całego słupa.

Cechy geometryczne słupa złożonego wg pkt. 6.4.3 normy:

W normie PN-EN 1993-1-1 moment bezwładności słupa względem osi niemateriałowej "z" oznaczony jest jako $J_{eff} = J_z$

$J_z = J_{eff} = 0,5 * h_o^2 * A_{ch} + 2 * \mu * J_{z,ch} =$	10604,00	[cm ⁴]	$J_y = 2 * J_{y,ch} =$	9640,00	[cm ⁴]
---	----------	--------------------	------------------------	---------	--------------------

Współczynnik μ z tabl. 6.8 jest funkcją smukłości λ : $\mu \rightarrow f(\lambda) \rightarrow f(i_0) \rightarrow f(J_z')$

$$\begin{aligned}\mu &= 1,00 \\ \lambda &= L_{cr,z}/i_0 = 62,04 < 75 - \text{zatem wsp. } \mu=1,0 \text{ a } J_z = J_z' \\ i_0 &= (J_z'/(2 \cdot A_{ch}))^{0,5} = 10,48 \text{ [cm]} \\ J_z' &= 0,5 \cdot h_0^2 \cdot A_{ch} + 2 \cdot J_{z,ch} = 10604,00 \text{ [cm}^4\end{aligned}$$

7.1.4.1 Nośność słupa w segmencie środkowym (tzn. w środku jego wysokości)

Szywność postaciowa słupa $S_v \leq S_{v,max}$ (wg pkt 6.4.3)

$$\begin{aligned}S_v &= 24 \cdot E \cdot J_z / (L_i^2 \cdot (1 + 2 \cdot J_{z,ch} \cdot h_0 / (n \cdot J_p \cdot z \cdot L_i))) = 9452,98 \text{ [kN]} \\ \text{liczba płaszczyzn przewiązek } n &= 2,00 \\ \text{moduł Younga } E &= 210,00 \text{ [kN/mm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_{v,max} &= 2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot J_{z,ch} / L_i^2 = 7775,38 \text{ [kN]} \\ \text{Przyjęto } S_v &= 7775,38 \text{ [kN]}\end{aligned}$$

Zastępcza siła krytyczna elementu złożonego (wg pkt. 6.4.1)

$$N_{cr,z} = \pi^2 \cdot E \cdot J_z / L_{cr,z} = 5201,90 \text{ [kN]}$$

Obciążenia działające na słup (z uwzględnieniem imperfekcji)

$$\text{wielkość imperfekcji } e_0 = L_s / 500 = 1,30 \text{ [cm]} - \text{imperfekcja w płaszczyźnie XY}$$

Maksymalny moment zginający (w połowie wysokości słupa) wg wzoru 6.69 normy.

$$M_{ed} = N_{ed,s} \cdot e_0 / (1 - N_{ed,s} / N_{cr,z} - N_{ed,s} / S_v) = 2874,34 \text{ [kNm]}$$

Przyjmuje się, że moment M_{ed} (występujący w płaszczyźnie XY) nie zgina bezpośrednio pojedynczej gałęzi, ale rozkłada się na trzon słupa w postaci pary sił, która dociąga gałęzie słupa jako dodatkowa siła normalna.

Siła podłużna w pojedynczej gałęzi słupa wynosi:

$$\begin{aligned}N_{ch,ed} &= 0,5 \cdot N_{ed,s} + M_{ed} \cdot h_0 \cdot A_{ch} / (2 \cdot J_z) = 779,73 \text{ [kN]} - \text{siła w pojedynczej gałęzi, przy wyboczeniu względem osi z} \\ 0,5 \cdot N_{ed,s} &= 646,73 \text{ [kN]} - \text{siła w pojedynczej gałęzi, przy wyboczeniu względem osi y}\end{aligned}$$

Sprawdzenie nośności słupa przy wyboczeniu w płaszczyźnie przewiązek (względem osi z - niemateriałowej)

Warunek normowy ma postać $N_{ed} / N_{b,rd} = N_{ch,ed} / N_{b,rd,z1} = N_{ch,ed} / (\chi_{z1} \cdot A_{ch} \cdot f_y / \gamma_{m1}) < 1$

Wyznaczenie współczynnika wyboczeniowego χ_{z1} wg pkt. 6.3.1 normy.

$$\begin{aligned}\lambda_{z1} &= (A_{ch} \cdot f_y / N_{cr,z1})^{0,5} = L_{cr,z1} / (i_{z1} \cdot \lambda_1) = 0,59 \\ \lambda_1 &= 93,9 \cdot \epsilon = 86,39 \\ L_{cr,z1} &= \mu_{z1} \cdot L_i = 1,0 \cdot L_i = 130,00 \text{ [cm]} - \text{długość wyboczeniowa między przewiązkami} \\ i_{z1} &= 2,56 \text{ [cm]}\end{aligned}$$

Na podstawie tabl. 6.2 dla ceowników przyjęto krzywą wyboczeniową "c". Na podstawie tabl. 6.1 dla krzywej "c" odczytano parametr imperfekcji "α"

$$\begin{aligned}\text{Paramter imperfekcji } \alpha_{z1} &= 0,49 \\ \phi_{z1} &= 0,5 \cdot (1 + \alpha_{z1} \cdot (\lambda_{z1} - 0,2) + \lambda_{z1}^2) = 0,77 \\ \chi_{z1} &= 1 / (\phi_{z1} + (\phi_{z1}^2 - \lambda_{z1}^2)^{0,5}) = 0,79\end{aligned}$$

Nośność gałęzi słupa przy wyboczeniu

$$N_{b,rd,z1} = \chi_{z1} \cdot A_{ch} \cdot f_y / \gamma_{m1} = 1052,74 \text{ [kN]}$$

$$N_{ch,ed} / N_{b,rd,z1} = 0,74$$

Warunek nośności spełniony

Sprawdzenie nośności słupa przy wyboczeniu z płaszczyzny przewiązek (względem osi y - materiałowej)

Warunek normowy ma postać $N_{ed} / N_{b,rd} = N_{ch,ed} / N_{b,rd,y} = N_{ch,ed} / (\chi_y \cdot A_{ch} \cdot f_y / \gamma_{m1}) < 1$

Wyznaczenie współczynnika wyboczeniowego χ_y wg pkt. 6.3.1 normy.

$$\begin{aligned}\lambda_y &= (A_{ch} \cdot f_y / N_{cr,y})^{0,5} = L_{cr,y} / (i_y \cdot \lambda_1) = 0,75 \\ \lambda_1 &= 93,9 \cdot \epsilon = 86,39 \\ L_{cr,y} &= \mu_y \cdot L_s = 650,00 \text{ [cm]} - \text{długość wyboczeniowa słupa złożonego, względem osi materiałowej "y"} \\ i_y &= i_{y1} = 9,99 \text{ [cm]}\end{aligned}$$

Na podstawie tabl. 6.2 dla ceowników przyjęto krzywą wyboczeniową "c". Na podstawie tabl. 6.1 dla krzywej "c" odczytano parametr imperfekcji "α"

$$\begin{aligned}\text{Paramter imperfekcji } \alpha_y &= 0,49 \\ \phi_y &= 0,5 \cdot (1 + \alpha_y \cdot (\lambda_y - 0,2) + \lambda_y^2) = 0,92 \\ \chi_y &= 1 / (\phi_y + (\phi_y^2 - \lambda_y^2)^{0,5}) = 0,69\end{aligned}$$

Nośność gałęzi słupa przy wyboczeniu

$$N_{b,rd,y} = \chi_y \cdot A_{ch} \cdot f_y / \gamma_{m1} = 918,55 \text{ [kN]}$$

$$0,5 \cdot N_{ed,s} / N_{b,rd,y} = 0,70$$

Warunek nośności spełniony

7.1.4.2 Nośność słupa w segmencie dolnym

W segmencie dolnym przyjmuje się, że gałęzie trzonu słupa, są ściskane od obciążenia $N_{ed,s}$ oraz zginane dodatkowym momentem $M_{ed,z1}$ pochodzącym od sił ścinających V_{ed} - porównaj rys. 6.11 normy. Tym razem, w odróżnieniu od segmentu środkowego, pojedyncza gałąź jest zarówno ściskana jak i zginana, dlatego część dolna słupa złożonego podlega warunkom interakcji, jak dla elementu ściskanego i zginanego jednocześnie.

Warunki interakcji mają postać (pkt. 6.3.3 normy):

$$\frac{N_{ed}}{\chi_y N_{RR}} + k_{yz} \frac{M_{z1,ed}}{\frac{M_{z1,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad \frac{N_{ed}}{\chi_{z1} N_{RR}} + k_{zz} \frac{M_{z1,ed}}{\frac{M_{z1,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

Obciążenie działające na słup:

$$\begin{aligned}N_{ch,ed} &= 0,5 \cdot N_{ed,s} = 646,73 \text{ [kN]} - \text{siła ściskająca w pojedynczej gałęzi słupa} \\ V_{ed} &= \pi \cdot M_{ed} / L_s = 13,89 \text{ [kN]} - \text{siła poprzeczna w słupie} \\ V_{ch,ed} &= 0,5 \cdot V_{ed} = 6,95 \text{ [kN]} - \text{siła poprzeczna w pojedynczej gałęzi słupa} \\ M_{z1,ed} &= V_{ch,ed} \cdot L_i / 2 = 4,52 \text{ [kNm]} - \text{moment zginający w pojedynczej gałęzi słupa}\end{aligned}$$

Nośność pojedynczej gałęzi:

$$\begin{aligned}\text{na ściskanie } N_{rk} &= A_{ch} \cdot f_y = 1328,25 \text{ [kN]} \\ \text{na zginanie } M_{z1,rk} &= W_{pl,z1} \cdot f_y = 25,19 \text{ [kNm]}\end{aligned}$$

Współczynniki wybocheniowe:

$\chi_y =$	0,69	$\lambda_y =$	0,75
$\chi_{z1} =$	0,79	$\lambda_{z1} =$	0,59

Współczynniki interakcji - metoda wg załącznika B:

Współczynnik $k_{zz} = C_{mz} * (1 + [2 * \lambda_{z1} - 0,6] * N_{ch,ed} / (\chi_{z1} * N_{rk} / \gamma_{m1})) < C_{mz} * [1 + 1,4 * N_{ch,ed} / (\chi_{z1} * N_{rk} / \gamma_{m1})]$

Współczynnik wartości momentów zginających na końcach analizowanego segmentu pręta $C_{mz} = 0,6 + 0,4 * \psi$

przyjęto $\psi =$	-1,00	
$C_{mz} =$	0,20	
minimalne $C_{mz} =$	0,40	- taką wartość C_{mz} przyjęto do dalszych obliczeń
$k_{zz} = C_{mz} * (1 + [2 * \lambda_{z1} - 0,6] * N_{ch,ed} / (\chi_{z1} * N_{rk} / \gamma_{m1})) =$	0,54	- taką wartość k_{zz} przyjęto do dalszych obliczeń
maks. $k_{zz} = C_{mz} * [1 + 1,4 * N_{ch,ed} / (\chi_{z1} * N_{rk} / \gamma_{m1})] =$	0,74	
$k_{yz} = 0,6 * k_{zz} =$	0,32	

Warunki nosności:

Zginanie względem osi z_1 , wybochenie względem osi y

$$N_{ch,ed} / (\chi_y * N_{rk} / \gamma_{m1}) = 0,70$$

$$k_{yz} * M_{z1,ed} / (M_{z1,rk} / \gamma_{m1}) = 0,06$$

$$\text{Sumarycznie } N+M = 0,76$$

< 1 - warunek spełniony

Zginanie względem osi z_1 , wybochenie względem osi z

$$N_{ch,ed} / (\chi_{z1} * N_{rk} / \gamma_{m1}) = 0,61$$

$$k_{zz} * M_{z1,ed} / (M_{z1,rk} / \gamma_{m1}) = 0,10$$

$$\text{Sumarycznie } N+M = 0,71$$

< 1 - warunek spełniony

Trzon słupa zaprojektowany poprawnie.